

Raciocínio Lógico – Prof. Leonardo Barroso

www.geocities.com/logicaemconcursos

Texto extraído (com cortes/adaptações) da Revista do Professor de Matemática – nº 37
Autoras: Gilda de La Roque Palis e Iaci Malta (PUC-RJ)

Proposições do tipo *se A, então B*

Exemplos:

Proposição 1: Se m e n são inteiros pares, então o produto mn é inteiro par.

Proposição 2: Se foi aluno do Leonardo, então passou no concurso.

É muito comum que, num tal contexto, a frase A seja chamada de hipótese da proposição e a conclusão B de tese.

Uma proposição "*se A, então B*" é verdadeira quando em todas as situações nas quais a hipótese se verifique a tese também esteja satisfeita. E é falsa quando não for verdadeira.

Concluimos que uma proposição é falsa quando existe um objeto matemático que satisfaz a hipótese A e não satisfaz a conclusão B . Um tal objeto se diz contra-exemplo para a proposição *se A, então B*.

Enquanto um só contra-exemplo permite concluir que enunciado é falso, não basta exibir exemplos para mostrar que uma proposição seja verdadeira.

Lembramos que proposições desse tipo podem ter outras formulações equivalentes:

- Na forma A *implica* B , abreviada, às vezes, pela notação $A \Rightarrow B$ (daí o fato de esse tipo de proposição ser chamado *implicação*).
- Se A for verdadeira, então B será verdadeira.
- Se A for válida, então B será válida.
- B é verdadeira desde que A seja verdadeira.
- B é verdadeira se A for verdadeira.
- A é uma condição suficiente para B .
- B é uma condição necessária para A .
- A será verdadeira somente se B for verdadeira.

Recíproca da proposição *se A, então B*

Dada uma proposição "*se A, então B*", a sentença "*se B, então A*" é chamada recíproca da primeira.

É claro que a recíproca da recíproca de uma proposição é ela própria, daí falarmos também de duas *proposições recíprocas*.

A recíproca da proposição 1 é a proposição:

“Se o produto mn de dois inteiros é par, então cada um dos inteiros m, n é par”

Embora a proposição 1 seja verdadeira, sua recíproca é falsa, como se vê com o contra exemplo $m=2$ e $n=5$.

Proposições do tipo *A se, e somente se, B*

Se queremos considerar simultaneamente a proposição "*se A, então B*" e sua recíproca "*se B, então A*", usamos a frase "*A se, e somente se, B*".

Proposições desse tipo podem ser formuladas de várias maneiras, dentre elas:

- A implica B e reciprocamente, abreviada às vezes pela notação $A \Leftrightarrow B$
- Se A, então B e reciprocamente.
- A é verdadeira se, e somente se, B for verdadeira.
- A é uma condição necessária e suficiente para B.
- A e B são proposições equivalentes.

E eis aqui uma outra regra:

Uma proposição do tipo "*A se, e somente se, B*" é verdadeira quando "*se A, então B*" e "*se B, então A*" são ambas verdadeiras. Caso contrário é falsa.

Negação de uma proposição

Designamos a negação de uma proposição P por *não P*. A negação de uma proposição P tem a propriedade que sua negação é P , isto é, *não(não P)* é P .

Enunciamos, para exemplificar, a negação da proposição 1 :

Negação da Proposição 1: Existe uma dupla de inteiros pares m e n cujo produto mn não é um número par. (Falsa)

Dizemos que *não P* é verdadeira quando P é falsa e
Dizemos que *não P* é falsa quando P é verdadeira

Observe que isto é uma regra geral:

A negação de uma proposição do tipo: "*Para todo objeto, com uma certa propriedade, algo acontece*" é: "*Existe um objeto com a certa propriedade, tal que aquele algo não acontece*".

E vice versa

A negação de uma proposição do tipo: "*Existe um objeto, com uma certa propriedade, para o qual algo acontece*" é: "*Para todo objeto com a certa propriedade, aquele algo não acontece*".

A negação de uma proposição do tipo "*Se A acontece, então B acontece*" é: "*Acontece A e não acontece B*".

Observação: Em "existe uma" ou "existe um", esse "uma" ou "um" deve ser entendido no sentido de "alguma" ou "algum", isto é, no sentido de "pelo menos uma" ou "pelo menos um", não no sentido de "somente uma" ou "somente um", salvo menção explícita, quando se diz, em geral, "existe um e um só" ou "existe um único".