



## Pensamento Matemático – resumo

Nesta ficha resumimos algumas das colocações básicas feitas nas primeiras aulas de nosso curso Matemática Olímpica. Para maiores detalhes, recomendamos o curso *Introdução ao Pensamento Matemático*, do renomado Prof. Keith Devlin (ao lado) e o qual pode ser acessado/feito gratuitamente na Internet no site da Coursera (em português) ou baixado do site da ORM Grande PoA, em <http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/olimpa5.htm>, (em inglês).

### Raciocínio indutivo X raciocínio dedutivo

#### – Raciocínio indutivo ou empírico

é o baseado na verificação de alguns (talvez até muitos, mas *nunca todos*) casos de uma dada afirmação.

#### – Raciocínio dedutivo

é o que, partindo de uma hipótese que se supõe verdadeira e usando apenas regras lógicas, obtém/deduz uma consequência. Também dizemos que de uma hipótese deduz uma tese ou prova que a hipótese implica a tese.

### São três os tipos de afirmações matemáticas

#### – Conjectura

é uma afirmação matemática que ainda não se decidiu se é verdadeira ou falsa.

#### – Teorema

é toda afirmação matemática que já se demonstrou ser verdadeira. Por exemplo, é uma conjectura que conseguimos decidir, mediante demonstração matemática (vide abaixo), ser verdadeira.

Na prática, é frequente se usar toda uma hierarquia de denominações em ordem de decrescente importância para as afirmações verdadeiras: teorema, proposição, corolário, lema, etc.

#### – Axioma

aparece somente em estudos universitários ou profissionais, e no contexto das teorias axiomatizadas. Os axiomas são o ponto inicial dessas teorias e são afirmações matemáticas que são aceitas/postuladas como verdadeiras, sem prova; como ilustração, podemos dizer que são consideradas verdadeiras “por decreto”.

### Só três maneiras de se fazer uma demonstração matemática

#### – Por exaustão

se verifica, caso a caso, que todos os casos da afirmação matemática dada são verdadeiros.

#### – Por contraexemplo

se mostra que a afirmação dada é falsa em algum caso, situação ou configuração particular.

#### – Por dedução

é toda demonstração que usa apenas raciocínios dedutivos. A rigor, provas por exaustão ou contraexemplo envolvem dedução, mas a prática recomenda pensá-las como categorias separadas, como feito acima.

### Tipos básicos de demonstrações matemáticas dedutivas

Para uma afirmação matemática do tipo implicação  $H \Rightarrow T$ , onde  $H$  é a hipótese e  $T$  a tese da afirmação, os mais básicos tipos de demonstração dedutiva são: as d. diretas, as d. por absurdo e as d. contrapositivas. Em lições futuras veremos outros tipos importantes, mas aplicáveis somente em casos especiais: as d. recursivas e as d. por indução matemática.

Método	procedimento	aplicação/cuidados
Exaustão	verifico a validade de $T$ em todos os casos possíveis	válida só quando há finitos casos
Dedução direta	a partir de $H$ se deduz uma sequência de resultados até se chegar em $T$	é o tipo mais comum de dedução
Redução ao absurdo	provo que a mistura $H$ e não $T$ leva a um resultado absurdo/contraditório	mais usada quando $T$ afirma que um certo objeto matemático não existe ou não tem uma certa propriedade.
Contrapositiva	supondo a validade de não $T$ deduzo a validade de não $H$	no curso, não trataremos deste tipo.