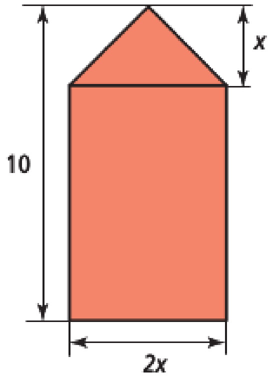
LIÇÃO 3
Identidades e equações algébricas

Problema motivador



Um arquiteto precisa projetar uma casa cuja seção transversal está esquematizada ao lado: o corpo é retangular e a seção do teto tem o formato de um triângulo isósceles de altura x. O corpo da casa assim determinado por cada um de tais x tem área dada por $2x(10-x)$, e a correspondente seção do teto fica com área $\frac{2x}{2} \cdot x$, ou seja x^2. Em cada uma dessas expressões algébricas, o domínio da variável x é o intervalo de números reais $(0,10)$.

Supondo que o arquiteto queira uma casa na qual o corpo e a seção do teto tenham a mesma área, ele traduziria isso pela igualdade algébrica $2x(10-x) = x^2$.

Passemos a examinar se isso é possível de fazer. Observe que o teto e o corpo da casa não são totalmente independentes, pois ambos dependem do valor que escolhemos para x. Ou seja, se ele escolher uma área para o corpo, automaticamente fica determinada uma única área para a seção do teto, e vice-versa. A tabela abaixo compara *alguns* resultados dessas duas áreas dentre as *infinitas* possibilidades de escolha para o valor de x em seu domínio $(0,10)$:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
área teto	1	4	9	16	25	36	49	64	81
área corpo	18	32	42	48	50	48	42	32	18

Para todos os valores de x dessa tabela, tivemos que as duas áreas foram distintas. Daí a dúvida: será que o objetivo do arquiteto é realizável? Algebricamente falando:

será que a igualdade $2x(10-x) = x^2$ é verificada para algum valor de x no intervalo $(0,10)$?

A tabela mostra que essa igualdade $2x(10-x) = x^2$ certamente não é verificada pra todos tais x, logo ela somente poderá valer eventualmente, se é que vale para algum x. Por isso, dizemos que estamos trabalhando com uma *igualdade eventual* ou *igualdade condicional*. Denominamos de *equação* este tipo de igualdade. Este minicurso tem como objetivo maior o estudo do tipo mais simples possível de equações: as equações algébricas de primeiro grau. Um outro objetivo deste minicurso será estudar o oposto das equações, qual seja: as igualdades algébricas que são verificadas para todos os possíveis valores das variáveis envolvidas, são as denominadas *identidades algébricas*.

Esta lição se resumirá em definir e diferenciar cuidadosamente as equações e identidades algébricas. Nas lições posteriores faremos seu estudo detalhado e mostrar sua aplicabilidade.

Problema desafio

O primeiro lugar para nosso arquiteto tentar achar o x procurado é o intervalo de 6 a 7. Por quê?

1).– Existem só dois tipos de igualdades algébricas: identidades e equações

Recorde que **igualdade algébrica** é o que resulta ao juntarmos com o sinal de igual duas expressões algébricas. Toda igualdade algébrica tem o formato:

$$\boxed{\textit{expr. alg. 1} = \textit{expr. alg. 2}}$$

Dividimos as expressões algébricas em dois tipos exclusivos: identidades e equações. Estas são duas ideias muito confundidas. Por isso, preste muita atenção.

Identidade algébrica
é toda igualdade algébrica, envolvendo uma ou mais letras, que se transforma numa igualdade entre números para *toda e qualquer escolha* dentre os possíveis valores numéricos dessas letras.
Exemplos de identidades algébricas úteis: $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$, $(x-y)(x+y) = x^2-y^2$, $x^3-1 = (x-1)(x^2+x+1)$, $x^2+(1+x)(1-x) = 1$.

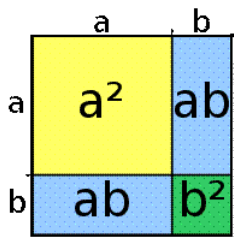
Equação algébrica
é toda igualdade algébrica que não é uma identidade.
Dizendo por extenso: uma *equação algébrica* é toda igualdade algébrica, envolvendo uma ou mais letras, que se transforma numa igualdade entre números apenas para *algumas* dentre as possíveis escolhas de valor numérico dessas letras. Ou seja, uma equação algébrica é uma **igualdade eventual**! (Também se diz igualdade condicional.)

As escolhas positivando a igualdade são denominadas **soluções** ou **raízes** da equação.
Exemplos de equações algébricas:
$x^2-1=0$ (raízes $x=1$ e $x=-1$), $2x+1=13$ (só uma raiz: $x=6$).

Exemplos de identidades
Já afirmamos que $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ é uma identidade. Passemos a provar isso. Para tal, basta calcular $(a+b)^2$ imaginando a e b como dois números quaisquer e usando as propriedades usuais das operações aritméticas: associatividade, comutatividade, distributividade, etc. Confira:
$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a(a+b)+b(a+b) = a^2+ab+ba+b^2 = a^2+ab+ab+b^2 = a^2+2ab+b^2$.
Semelhantemente, $x^3-1 = (x-1)(x^2+x+1)$ é uma identidade algébrica, pois:

$$(x-1)(x^2+x+1) = x(x^2+x+1)-(x^2+x+1) = x^3+x^2+x-x^2-x-1 = x^3-1.$$

Um modo alternativo de demonstrarmos a identidade $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ consiste em observar que ela é consequência imediata da relação entre as áreas da figura quadrada ao lado.
Observe, porém, que essa demonstração geométrica tem sentido apenas para os valores positivos de a e b, enquanto que demonstração algébrica se aplica a qualquer número real.



Exemplo de equação
$\sqrt{a^2+b^2} = a+b$ não é uma identidade, pois não é verdadeira para $a=b=1$, já que $\sqrt{2} \neq 2$. Logo, é uma equação. Quais são suas raízes? Por tentativas, verificamos que essa equação tem $a=b=0$, $a=0, b=1$ e $a=1, b=0$ como raízes. Fica como desafio verificar se existem outras.
(Dica: tome o quadrado dos dois membros da equação.)

Para mostrar que uma igualdade algébrica não é uma identidade basta acharmos um exemplo de valores para os quais a igualdade não é verificada.
Reciprocamente, para mostrar que uma igualdade algébrica é uma identidade não basta mostrar que a igualdade é verificada para alguns valores, ou mesmo muitos valores; é obrigatório verificarmos a igualdade para todos os possíveis valores das letras envolvidas.

Exercício
Classifique cada igualdade algébrica seguinte como identidade, ou equação.
a). $x^2 + (1+x)(1-x) = 1$ b). $x^2 - (1+x)(1-x) = 1$ c). $x + y + z = x + u + y$.

Problemas
Certamente, a Escola Básica já lhe mostrou a importância das equações. É comum os problemas olímpicos envolverem a formulação e resolução de equações. Mas, eles também podem envolver o uso de identidades algébricas. Trataremos disso adiante. Por enquanto, resolva os seguintes problemas.

a). *Use identidades algébricas para calcular facilmente o valor de* $83^2 - 17^2$.
Dica: a primeira coisa a pensar é em $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.
b). *Idem para* $998^2 - 4$.
c). *Idem para* 69^2.
DICA: *como* $70 = 7 \times 10$ *, é fácil calcular* $70^2 = 7^2 \times 10^2 = 49 \times 100 = 4900$.
d). *Podemos calcular* 69^2 *usando diversas identidades; comprove com outra que a usada em (c).*

Note que certamente $x^2 + 1 = 0$ não é uma identidade para os números reais, logo é uma equação, embora nenhum x real verifique $x^2 + 1 = 0$ (por quê?). Conclusão: *existem equações que não têm nenhuma raiz* (não têm solução), como é o caso de $x^2 + 1 = 0$.
(Note: em todo este minicurso, consideraremos como números apenas os número reais!)

Exercício
Considerando como conjunto dos possíveis valores de x o conjunto de todos os números reais, classifique cada igualdade algébrica abaixo como identidade, equação, ou equação sem solução.

a). $(1+2x)^2 = 1 + 4x^2$
b). $4(x-7) = 4(x-5) - 5$
c). $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$
d). $9 - 25x^2 = (5x+3)(3-5x)$
e). $3(2x+4) - 2x = 14 - 2(1-2x)$
f). $x^4 + x^2 = 0$.

2).– Incógnitas de uma equação e domínio de uma incógnita

Antes de sairmos à procura ou cálculo das raízes de uma equação, é preciso sabermos onde procurá-las. Para melhor explicarmos isso, necessitamos de mais uma terminologia importante:

As noções de variável e incógnita

Por **variável** de uma expressão algébrica entende-se qualquer letra nela envolvida (desde que essa letra não seja o símbolo de um número fixo como π , φ , etc.).

As **incógnitas** de uma equação algébrica são as letras para as quais queremos achar, dentre seus possíveis valores, os que dão o mesmo valor para cada um dos dois membros da equação. Esses valores são o que denominamos soluções ou raízes da equação.

O nome variável se aplica a qualquer igualdade algébrica, enquanto que o nome incógnita tão somente às equações.

Neste minicurso, trabalharemos apenas com equações onde os possíveis valores das letras envolvidas ficam restritos aos números reais. Eventualmente, poderemos encontrar uma equação onde é pedido achar apenas raízes num dado *subconjunto* dos reais, tais como o subconjunto dos reais positivos, ou o dos reais inteiros, ou o dos números racionais, ou outras possibilidades.

Também pode ocorrer que tal restrição não seja feita explicitamente, *ficando subentendida pelo contexto geométrico ou físico do problema.* Por exemplo, se um problema trata de áreas de figuras, deve-se entender que somente devemos procurar raízes entre os números reais positivos.

O **domínio** de uma incógnita é o conjunto dos números onde temos de procurar suas raízes.

Exemplo (Problema da Casa)
Retomemos o Problema Motivador do início desta lição. O objetivo daquele arquiteto é descobrir como fazer uma casa onde a área do corpo e do teto são iguais. Ora, recordando que a expressão da área do corpo da casa é $2x(x-10)$ e a da seção do teto é x^2, segue que o arquiteto deseja descobrir as soluções da equação $2x(x-10) = x^2$. *Mais precisamente*, como o contexto deste problema determina que a variável x tenha de ficar restrita aos valores $0 < x < 10$, segue que, na verdade, o arquiteto deseja achar as soluções de $2x(x-10) = x^2$ no domínio dos $0 < x < 10$.
Para que V. note mais claramente a importância de conhecermos o domínio da variável x, observe que $x = 0$ certamente verifica a igualdade $2x(x-10) = x^2$, contudo não é raiz da equação pois $x = 0$ não verifica $0 < x < 10$.
Vale a pena resumir: nem todos os infinitos valores de x verificam a igualdade $2x(x-10) = x^2$, logo, temos aqui um exemplo de equação e queremos achar suas soluções (raízes) entre os x do intervalo $0 < x < 10$. Este intervalo é o domínio desta incógnita x.
(Com a Lição 4, será fácil ver que a única solução, ou raiz, dessa equação é $x = 20/3 = 6,666\ldots$)

Exemplo (Problema das Ovelhas - continuação)
No Problema das Ovelhas (Lição 1), suponha que o dono da fazenda tenha afirmado: "Se morrerem 6 de meus ovinos, o quadrado do número restante será igual a 6 mais o número atual de ovinos." Continuando a denotar por x o número atual de ovinos, *a frase do dono fica escrita como* $(x-6)^2 = x+6$. *Examinemos o que isso significa no contexto deste problema.*

Iniciemos estudando o domínio da variável x dessa igualdade. Num primeiro exame, poderíamos achar que devemos buscar as raízes x no conjunto dos números inteiros $\geqslant 0$, ou seja: $\{0,1,2,3,\ldots\}$. Contudo, como o fazendeiro disse "se morrerem 6 de meus ovinos..." automaticamente ficamos obrigados a a permitir x variar apenas no conjunto $\{6,7,8,\ldots\}$. Por quê? Ademais, como a igualdade certamente não é verificada para todos tais valores de x, temos aqui um exemplo de equação, equação para a qual estamos *limitados* a buscar raízes apenas no domínio $\{6,7,8,\ldots\}$.

Vejamos o que ocorre. Por inspeção, é imediato vermos que $x = 3$ e $x = 10$ verificam a igualdade, e em lição adiante poderemos garantir que nenhum outro valor de x faz isso. Contudo, como apenas $x = 10$ está no domínio da incógnita x, segue que a equação tem uma única raiz: $x = 10$.

Exemplo (Problema da Viagem)
José saiu de casa, viajando de bicicleta até a praia. Em certo ponto de seu caminho, parou para descansar e então atinou que 6 km antes desse ponto já tinha viajado uma distância cujo quadrado é igual a distância que vai ter viajado se andar mais 6 km de onde tinha parado. Pede-se a distância do ponto de descanso até sua casa.

Denotando por x a variável que indica a distância viajada, em km, e fazendo analogia com o Problema das Ovelhas, fica fácil vermos que a distância do ponto de descanso até a casa de José é raiz da equação $(x-6)^2 = x+6$, e que o domínio da incógnita x são todos os números reais $x > 0$. Ora, já sabemos do

Problema das Ovelhas que os únicos números reais verificando a *igualdade* $(x-6)^2 = x+6$ são $x=3$ e $x=10$, e como esses números são números reais positivos, segue que ambos são raízes da equação. Conclusão: quando José parou sua bicicleta para descansar, ele já tinha andado ou 3 km ou 10 km.

> Dependendo de contexto, dois problemas podem ter a mesma equação, mas raízes distintas. Isso pode ocorrer só quando o contexto determinar domínios distintos.

Exemplo
O Problema das Ovelhas e o Problema da Viagem de Bicileta têm a mesma equação: $(x-6)^2 = x+6$. Contudo no primeiro o domínio da incógnita é o conjunto de números inteiros $\{6,7,8,\ldots\}$, e no segundo o domínio da incógnita é o conjunto dos números reais positivos. Uma consequência importante disso é que o Problema das Ovelhas tem um única raiz ($x=10$) e o Problema da Viagem tem duas raízes ($x=10$ e $x=3$).

Exercício crítico
Abaixo são transcritas respostas de alunos para a pergunta: "O que é uma equação?". Explique por que cada uma delas é insatisfatória.
a). É uma relação de igualdade entre variáveis e números.
b). É uma expressão com diversas operações e números matemáticos.
c). É o mesmo que expressão algébrica.
d). É todo conjunto de operações entre números e incógnitas.
e). É o que resulta ao separarmos duas expressões algébricas pelo sinal $=$.

Exercício crítico
Discuta se as seguintes caracterizações são aceitáveis sob o ponto de vista intuitivo.
Variável: *tem valor numérico, mas no momento não interessa qual.*
Incógnita: *tem valor numérico, mas ainda não sabemos qual.*

Exercício
Se escolhermos uma letra para denotar o resultado de um lance de dado, qual seria seu domínio? E para um par de dados?

Exercício
Maria descobriu uma familia de números especiais. Todos eles são números inteiros positivos de dois dígitos e tais que cada um tem a seguinte propriedade: a soma dos seus dígitos mais o produto desses dígitos dá o número original. Por exemplo, 24 não é um dos números de Maria, pois $(2+4)+(2\times 4) = 14 \neq 24$. *Pede-se então:*

1). *Caracterizar os números de Maria por meio de uma equação de* <u>*duas*</u> *incógnitas*
2). *Descrever o domínio de cada uma dessas incógnitas*
3). *Tentar resolver essa equação e assim determinar todos os números de Maria.*

Exercício (importante)
Consideremos as equações $4x^2 = 2x$ *e* $2x = 1$. *Pergunta-se:*

a). *se elas tiverem como domínio o conjunto de todos os números reais, terão elas as mesmas raízes?*
b). *e se o domínio for o conjunto dos números reais positivos?*

Exercício
Ana tinha 4 barras de chocolate. Diariamente, na semana passada seu namorado lhe presenteou uma mesma quantidade de barras por dia. No sétimo dia, Ana já tinha 18 barras de chocolate, pois não comeu nenhuma na semana. Denotando por b a quantidade diária de barras que seu namorado lhe deu, pede-se equação permitindo calcular b bem como o domínio dessa incógnita. A seguir, por tentativas, ache uma raiz dessa equação e mostre que não pode haver outra.

3).– Fórmulas como um tipo muito particular de equações

Na lição anterior, já foi apresentada a ideia de fórmula. Lá foi dito que

fórmula algébrica é um tipo particular de igualdade algébrica: é toda igualdade na qual um dos membros se resume exclusivamente numa variável e o outro é uma expressão algébrica que *não contém tal variável:*

$$\boxed{\textit{(uma variável)} = \textit{(expr. algébrica com outras variáveis)}\,.}$$

A variável isolada é a *variável dependente*, as demais são as *variáveis independentes.*

Bem, como toda fórmula é uma igualdade algébrica, segue que temos duas alternativas: ou fórmulas são identidades, ou são equações. Afirmamos que elas são um tipo bem particular de equações. Para não complicar a notação, veremos o porquê usando um exemplo concreto de fórmula.

Exemplo
Recordemos o problema da corrida de taxi. Vimos que, para Porto Alegre e durante o dia de dias úteis (é o que os taxistas denominam bandeira 1), a fórmula $p = 4,52 + 2,26x$ *fornece o preço* p *de uma corrida de* x *quilômetros.*
É fácil vermos que essa fórmula não é uma identidade. Se assim fosse, a igualdade iria valer para toda e qualquer escolha de valores de x e p. Ora, a variável p não pode variar independentemente de x (por isso ela é dita ser uma variável *dependente*). Com efeito, uma vez que atribuirmos um valor para x, automaticamente fica determinado um único valor de p. Bem, uma vez que a igualdade $p = 4,52 + 2,26x$ *não é* identidade, ela tem de ser vista como equação.

Tudo bem, mas por que dizemos que toda fórmula é um tipo bem especial de equação? Vejamos. No exemplo modelo da corrida de taxi, temos duas possíveis situações:

- primeira: se conhecermos o valor de uma corrida, por exemplo $p = 15$, não é imediato sabermos a correspondente distância x viajada, contudo ela pode ser descoberta *se resolvermos a equação* $15 = 4,52 + 2,26x$. Aqui, é bem natural encaixarmos a ideia de equação: x está funcionando como incógnita.
- segunda: por outro lado, se fizermos uma corrida de $x = 15$ km, não é plenamente imediato determinar seu preço p, pois isso *exige o trabalho de calcular* $p = 4,52 + 2,26 \times 15$ R\$. Assim, antes de termos feito esse cálculo, podemos dizer que p está funcionando como incógnita da equação $p = 4,52 + 2,26 \times 15$ R\$.

Conclusões análogas valem para o caso de qualquer outra fórmula.
Se usarmos uma fórmula qualquer para a determinação de valores de suas variáveis, ela será tratada como uma equação e isso envolverá duas possibilidades:

- se conhecermos o valor da variável dependente, o valor da independente (ou das independentes, se for o caso de uma fórmula com mais de uma variável independente) será a incógnita;
- se conhecermos o valor da independente (ou das independentes, se for o caso de uma fórmula com mais de uma variável independente), o valor da dependente será a incógnita.

O importante disso tudo, é entendermos que não temos liberdade de escolher à vontade, e ao mesmo tempo, o valor da variável dependente e o das independentes. Ao contrário, escolhendo o valor da dependente, o valor das independentes fica condicionado ou determinado, e vice-versa: escolhendo o valor das independentes, o valor da dependente fica univocamente determinado. Toda fórmula é uma igualdade condicional ou eventual, ou seja: é uma equação.

4).– Os diversos significados das letras usadas em Álgebra

A rigor, toda letra usada em expressões algébricas pode ser denominada variável. Contudo, principalmente em assuntos teóricos e em aplicações físicas, costuma-se dar nomes para tipos especiais de variáveis. Passemos a caracterizar os principais.

✔ **Constantes:** temos dois tipos delas, e somente um deles envolve uso de letras, confira:

- *constantes numéricas*, tais como $3/4, -5, \sqrt{2}$, etc.
- *constantes literais*: assim se denominam as letras usadas internacionalmente para *representar* um número fixo clássico, tais como π (a razão entre circunferências de círculo e respectivos diâmetros), φ $\left(\text{o número de ouro} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$, e (a base dos logarítmos naturais), etc.

✔ **Variáveis:**
são denotadas por letras ou por abreviações (como vimos no caso de IMC = Índice de Massa Corporal, visto na lição anterior) e são usadas como símbolos polivalentes, na medida que podem representar qualquer número de um conjunto de números:

- *variáveis propriamente ditas*, como é o caso das variáveis de fórmulas
- *parâmetros*: são letras cujo valor é considerado como fixo durante a resolução de um dado problema; tipicamente parâmetros expressam características geométricas (como comprimentos, áreas, etc.) ou físicas (como massa, densidade, etc.) fixas do problema
- *incógnitas* de uma equação são as letras para as quais queremos achar, dentre seus possíveis valores, aqueles que dão o mesmo valor para cada um dos dois membros da equação.

Convenção
Para os parâmetros e coeficientes costuma-se usar as letras do alfabeto grego $(\alpha, \beta, \gamma, \text{etc.})$ ou as primeiras letras do alfabeto latino (a, b, c, etc.), reservando-se as finais (x, y, z, etc.) para incógnitas.

Exemplo
Retomemos o caso da fórmula para o preço p de uma corrida de taxi. Vimos que esse preço é composto de duas parcelas: o valor da bandeirada ou da arrancada do automóvel, e o valor dos quilômetros rodados. *Pensando de modo bem geral*, se indicarmos por b o valor da bandeirada e por k o preço para viajar um quilômetro, o preço de uma corrida de x km é dado pela fórmula $p = b + kx$. Aqui, b e k são os parâmetros, e p e x são as variáveis do problema.
Expliquemos. Atualmente, em Porto Alegre e durante o dia de dias úteis, temos $b = 4,52$ R$ e $k = 2,26$ R$, o que deixa a fórmula como $p = 4,52 + 2,26x$. Para uma corrida durante a noite (de 22 até 6 horas), um dos parâmetros se altera: $k = 2,94$, o que faz a fórmula ficar: $p = 4,52 + 2,94x$.

O importante é V. entender que precisando, por exemplo, fazer uma tabela dos preços de uma corrida de taxi por 1, 2, 3, 4 e 5 km, teríamos x variando e b e k fixos, com valores $b = 4,52$ e $k = 2,26$ em corridas diurnas, e com valores $b = 4,52$ e $k = 2,94$ para corridas noturnas.

Exemplo
Em Engenharia são comuns os problemas de equações com coeficientes envolvendo parâmetros. Por exemplo, determinar os valores do parâmetro β que fazem a equação $x^2 - (1+\beta)x + 1 = 0$ ter somente raízes negativas.
Outro exemplo: para quais valores de k a equação $3x^2 + kx + 7 = 0$ tem apenas uma raiz?

Exemplos comparativos

constantes	as mais usadas na Escola: π, φ, e exemplo: $A = \pi r^2$
variáveis em identidades	a e b em $(a^2 - b^2) = (a+b)(a-b)$
variáveis em fórmula	x e t em $x = vt$ p e x em $p = b + kx$ (preço taxi)
incógnita em equação	x em $x^2 - 3x + 1 = 0$
parâmetro em equação	k em $x^2 - kx + 1 = 0$
parâmetros em fórmula	v em $x = vt$ b e k em $p = b + kx$ (preço taxi)

5).– Resumindo e reforçando

➤ **Existem só dois tipos de igualdades algébricas**
identidades e equações.

➤ **Identidade algébrica**
é toda igualdade algébrica que se transforma numa igualdade entre números para *todas* as possíveis escolhas de valor numérico das letras nelas envolvidas.

➤ **Equação algébrica**
é toda igualdade algébrica que não é uma identidade algébrica. Ou seja, é toda igualdade algébrica que ou se transforma em igualdade numérica *apenas para alguns* valores numéricos (as raízes) ou isso nunca ocorre (não tem raízes). Em poucas palavras: uma equação é uma igualdade algébrica eventual, pois só eventualmente é verificada.
Também é aceitável, mas impreciso, dizer que uma equação algébrica é uma igualdade algébrica envolvendo elementos conhecidos e desconhecidos.

➤ **Fórmula algébrica**
é apenas um tipo especial de igualdade algébrica:
letra = expr. alg. com outra(s) letra(s).
Lembre que em outros cursos também se usa fórmulas não algébricas: trigonométricas, logarítmicas, etc.

➤ **Variável × incógnita**
Por *variável* de uma expressão ou igualdade algébrica entende-se qualquer letra nela envolvida (que não seja símbolo de uma constante). *Incógnita* é um tipo especial de variável associado a equações: é qualquer variável para a qual queremos achar, dentre seus possíveis valores, quais verificam a respectiva equação. Esses valores são o que denominamos *soluções ou raízes* da equação.

➤ **Domínio de uma incógnita**
é o conjunto dos números entre os quais devemos procurar as raízes da correspondente equação; esse domínio é determinado pelo contexto do problema originando a equação.

✦ PROBLEMAS DE REVISÃO ✦

Problema
Classifique cada igualdade algébrica abaixo como identidade, equação, ou fórmula.
a). $x = vt$ b). $2x = 10$ c). $x = 1 + (x-1)$.

Problema
Usando identidades algébricas:

a). *calcule* 92^2
b). *calcule o valor de* xy *sabendo que* $4x^2 + 16y^2 = 100$ *e que* $-2x + 4y = 2$.

Problema
Em Engenharia e Ciências é comum usarmos abreviações e não letras para denotar variáveis. Por exemplo, a variável "índice de massa corporal" de uma pessoa que pesa p kg e tem altura h metros é denotada por IMC e ela é expressa pela fórmula: $IMC = \frac{p}{h^2}$.
Pergunta-se: no caso de uma pessoa adulta, classificar p e h como variável, ou parâmetro.

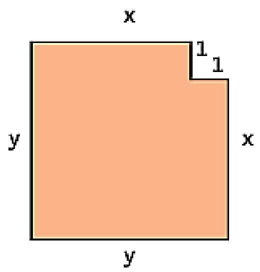
Problema
Classifique cada igualdade algébrica a seguir como identidade ou equação.
a). $x^2-9=(x+1)(x-1)$ b). $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=\frac{x}{5}$ c). $2x+1=7$ d). $x+1=x$ e). $(2x+3)^2=4x^2+6x+9$.

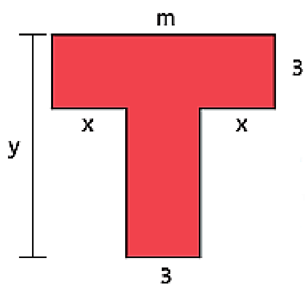
Problema
Transforme os dois membros da igualdade abaixo em frações de mesmo denominador e, a seguir, classifique-a como identidade ou equação: $\frac{5x}{6}-\frac{2}{3}=\frac{3x}{5}-1$.

Problema
Em problemas olímpicos, a desatenção para a existência, posição ou significado de uma palavra do enunciado pode fazer com que V. não consiga entender o problema, ou o interprete errôneamente. É necessário que desenvolvamos tanto a disciplina como a capacidade crítica. Uma maneira de conseguirmos isso é desenvolver a capacidade de explicar as ideias matemáticas de uma maneira simples e objetiva. Nesse sentido:

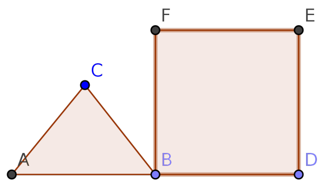
a). *usando dois exemplos bem simples, explique a diferença entre identidade e equação algébrica;*
b). *desenvolva a seguinte ideia: "toda equação pode ser vista como uma frase interrogativa".*

Problema
Para a primeira figura abaixo, escrever fórmulas para a área e para o perímetro em termos apenas de y. O mesmo para a segunda figura, agora considerando m como parâmetro. Neste segundo caso, explique a diferença de papel entre y e m.





Problema
Sobre um segmento AD de 15 cm, colocamos lado a lado um triângulo equilátero e um quadrado, conforme mostra a figura. Pede-se escrever equação que expresse a igualdade entre o perímetro do triângulo e o perímetro do quadrado. Ademais, explique por que aqui temos uma equação, e não uma identidade algébrica.



Problema
Num certo cinema, o preço de uma entrada normal é R$ 1,50 menos do que o dobro do preço da entrada para estudantes. Escolhendo duas letras para denotar essas variáveis, escreva uma fórmula para expressar o preço normal em termos do preço para alunos.

Problema
Indo ao shopping, Maria visitou duas lojas que tinham o mesmo produto que queria comprar. Na primeira, comprando 20 unidades do produto, ela gastaria todo seu dinheiro. Na segunda, comprando 14 unidades, lhe sobrariam 30 reais. Pede-se escrever uma equação que tenha como única incógnita o custo u de uma unidade de tal produto.

Problema
A figura abaixo mostra uma maneira de arrumar 19 palitos de fósforo como 6 quadrados justapostos horizontalmente. Pede-se fórmula para achar o número palitos para fazer um padrão análogo com n quadrados.