- Vc. sabe calcular percentagens?
- Ora, isto todo o mundo sabe!!!

Bem, o mais correto é dizer que todo o mundo **ouviu falar** sobre percentagens. Nossa experiência é que esse é um assunto onde até mesmo universitários fazem erros supergrosseiros e usam métodos supercomplicados para resolverem os mais simples problemas.

0.- Antes de mais nada entenda a relação da notaçao % com a notação decimal

O símbolo da percentagem é % e tem esta forma porque é uma abreviação de /100 (ou seja, de "dividido por 100"). Exemplificando:

800% = 800/100 = 8	32% = 32/100 = 0,32
80% = 80/100 = 0,8	3,2% = 3,2/100 = 0,032
8% = 8/100 = 0,08	0,32% = 0,32/100 = 0,0032
0,8% = 0,8/100 = 0,008	0,032% = 0,032/100 = 0,00032

Seu uso mais simples é em situações como: "hoje, estiveram presentes apenas 25% dos alunos", ou como em "vendi meu carro por 20% do que paguei por ele".

Em casos como esses, é até fácil evitarmos o uso do % dizendo "hoje, tiveram presentes apenas 1/4 dos alunos", e "vendi meu carro por 1/5 do que paguei por ele". Certamente, Vc deve ter entendido que 25/100 = 1/4 e que 20/100 = 1/5.
Mas, como entender o significado da quantidade envolvida se tivesse sido dita usando um percentual mais complicado, como: "vendi meu carro por 35% do que paguei por ele"? Trato disso no próximo item.

1.- Cálculo do percentual de uma quantidade

No exemplo acima, indiquemos por Q a quantidade de alunos da turma. Então, se Q = 40 alunos, ao dizer que hoje tivemos 25% dos alunos, estou dizendo que tivemos apenas 1/4 dos alunos, ou 40/4 = 10 alunos; semelhantemente, se Q = 60 alunos, estaríamos dizendo que tivemos apenas 1/4 dos 60 alunos, ou seja: 60/4 = 15 alunos.

Já pensando como fazer em casos menos simples, podemos obter os resultados finais de outro modo:
Q = 40 --> 1/4 de 40 = 1/4 x 40 = 10, ou seja: Q = 40 --> 1/4 x Q = 1/4 x 40 = 10 alunos;
Q = 60 --> 1/4 de 60 = 1/4 x Q = 1/4 x 60 = 15 alunos.
De modo mais rápido e prático:
Q = 40 --> 0.25 x Q = 0.25 x 40 = 10 alunos
Q = 60 --> 0.25 x Q = 0.25 x 60 = 15 alunos.

Então, se o percentual dos alunos presentes tivesse sido 30%, de modo análogo calculamos:
Q = 40 --> 0.30 x Q = 0.30 x 40 = 12 alunos
Q = 60 --> 0.30 x Q = 0.30 x 60 = 18 alunos.

No exemplo do carro, se o valor pago pelo carro for Q = 50 000, e se o vendi por 35% do que paguei, o preço de venda foi Q --> 0.35 x Q = 0.35 x 50 000 = 17 500.

Em geral, quando estiver mencionando um percentual p % de uma quantidade Q, o valor resultante é:

Q --> p% x Q   ou   Q --> p/100 x Q

2.- Cálculo do percentual de uma quantidade que foi expressa em % de outra quantidade

Este cálculo é mais raro de ocorrer, mas é apenas um **caso particular** do que foi tratado acima.
Em termos mais abstratos, é o caso em que
Q = (tantos % de uma segunda quantidade), como em Q = (30% de uma segunda quantidade),
então, o roteiro de cálculo fica, por exemplo:
Q --> 25% x (30% de uma segunda quantidade) = 25% x 30% de uma segunda quantidade, ou
Q --> 0.25 x 0.30 (de uma segunda quantidade S) = 0.075 x S = 7.5% de S.

Exemplo
No exemplo acima, suponha que foi dito que foram chamados ao gabinete do diretor da escola 20% dos alunos que hoje compareceram. Quantos foram os alunos chamados?
Já vimos que hoje compareceram 25% dos alunos da turma, de modo que na notação acima:
Q = 25% dos alunos da turma, e se indicarmos por S o número total de alunos da turma: Q = 25% de S, ou seja: Q =0.25 x S. Como foram chamados ao gabinte 20% deles, então temos:

foram ao gabinete = 0.20 X Q = 0.20 x 0.25 x S = 0.05 x S.

Resumindo: dos alunos que hoje compareceram na aula, 20% deles foram chamados ao gabinete e eles representaram 5% do total de alunos da turma.

Vejamos no caso numérico S = (número total de alunos da turma) = 40. Temos duas maneiras de calcular o número de alunos que foram ao diretor:
- passo a passo: compareceram à aula Q = 0.25 x S = 0.25 x 40 = 10 alunos; foram ao diretor 0.20 x 10 = 2.
- modo rápido: foram ao gabinete 0.20 x (0.25 x S) = 0.05 x S = 0.05 x 40 = 2 alunos.

Exemplo
Adão deixou para seus vários filhos uma herança de R$ 500 000. A seu filho Beto coube 40% disso. Passados alguns anos, Beto afirmou que já tinha esbanjado 75% do que havia recebido. Quanto sobrou?
- Solução passo a passo:
Beto recebeu 0.40 x 500 000 = 200 000, e esbanjou 75% disso, ou seja: 0.75 x 200 000 = 150 000, de modo que lhe sobrou 200 000 - 150 000 = 50 000.
- Solução explorando que aqui temos frações simples: 40% = 40/100 = 4/10, e que 75% = 75/100 = 3/4.
Então: esbanjado = 3/4 x (4/10 x 500 000) = 12/40 x 500 000 = 3/10 x 500 000 = 150 000. Conclusão: sobrou = herdado - esbanjado = 200 000 - 150 000 = 50 000.
- Solução **recomendada** a usar na prática:
esbanjou 0.75 x (0.40 x 500 000) = 0.75 x 0.40 x 500 000 = 0.30 x 500 000 = 150 000, logo sobrou 200 000 - 150 000 = 50 000.

3.- Cálculo do aumento ou da diminuição percentual de uma quantidade

Dois modelos:
- Se as vendas de uma empresa aumentaram 20%, então elas passaram de **v** para **v + 0.20 v = 1.20 v**.
- Se as vendas de uma empresa diminuiram 20%, então elas passaram de **v** para **v - 0.20 v = 0.80 v**.

Se de um valor A passamos para um valor B, e
– se houve <u>aumento</u> de 25%, então B = 1.25 A ;
– se houve <u>diminuição</u> de 25%, então B = 0.75 A.

Exemplo -
Uma fábrica que produzia 240 unidades por ano, teve sua produtividade aumentada em 30%. Quantas unidades ela está fabricando anualmente?
Temos "<u>aumento</u> de 30%" = + 30% = 0.30, logo B = (1+0.30) A = 1.30 X 240 = 312. Ou seja,a fábrica está produzindo 312 unidades por ano.
(Na prática, abreviamos esses cálculos para B = 1.30 A = 1.30 X 240 = 312 .)

Exemplo -
Uma fábrica que produzia 240 unidades por ano, teve sua produtividade diminuída em 30%. Quantas unidades ela está fabricando anualmente?
Agora, "diminuição de 30%" = - 30% = -0.30, logo B = (1-0.30) A = 0.70 X 240 = 168.
(Na prática, abreviamos esses cálculos para B = 0.70 A = 0.70 X 240 = 168

4.- O caso da concatenação de duas ou mais percentagens

Aqui, temos situações onde uma variação percentual **foi seguida** por outra variação percentual. Exemplo para guardar como modelo:

Se a inflação de janeiro foi 3% e a de fevereiro foi 5%, qual a inflação acumulada nesses dois mêses?

Bem, a enorme maioria das pessoas acha que esse tipo de problema é resolvido por soma. Isto é falso:

Problemas de composição de percentagens são resolvidos por multiplicação!

Comprovemos!

Se no início de novembro um produto custava A reais, no início de dezembro ele custará A reais mais 3% de A, ou seja: custará B = A + 0.03A = 1.03 A, e no início de janeiro estará custando

B' = B + 0.05B = 1.05 B = 1.05 x 1.03 A = 1.0815 A.

Consequentemente, a inflação total foi de 8.15%. (O que é *diferente* de 3% + 5% = 8%.)

Alguém poderia observar que, no exemplo acima, a diferença entre o valor correto da inflação total (8.15%) e o valor errado dado pela grande maioria das pessoas (o 3% + 5% = 8%) foi bem pequeno.
Contudo, *a diferença seria grande se os percentuais envolvidos também fossem grandes*. Por exemplo, um crescimento percentual de 30% seguido de um 50% é dada por 1.30 x 1.50 = 1.95, o que corresponde a um crescimento total de 95%, bem maior do que o valor errado 30% + 50% = 80%.

Exemplo 1
Maria emagreceu 10% em janeiro e emagreceu 20% em fevereiro. Qual o efeito total nestes dois meses?
Como emagrecimento % é o mesmo que diminuição %, pelos exemplos modelo temos que o peso p de Maria no início de janeiro foi para p - 0.10p = 0.90 p no final de janeiro, e este peso no final de fevereiro foi para 0.80 x 0.90p, de modo que no final de fevereiro Maria estava pesando 0.80 x 0.90p = 0.72p, ou seja: Maria perdeu 28% do peso que tinha no início de janeiro.

Na prática, pensamos e escrevemos: p --> 0.90p --> 0.80 x 0.90p = 0.72p.
Note que o correto é 28% de perda, e não 10% + 20% = 30%, como a maiorias das pessoas acham.

Exemplo 2
José engordou 20% em janeiro e engordou 10% em fevereiro. Qual o efeito total nestes dois meses?
Como engordar é aumentar, pensamos abreviadamente: p --> 1.20p --> 1.10 x 1.20p = 1.32p, ou seja José engordou 32%, e não 20% + 10% = 30%, como a maioria das pessoas acham.

Exemplo 3
Nas férias, José engordou 20% em janeiro e engordou 10% em fevereiro, enquanto que Maria engordou 10% em janeiro e engordou 20% em fevereiro. Quem engordou mais?
Resposta.
Já apresentei este problema para professores universitários. A maioria respondeu errado e nem atinou que podemos fazer o produto de dois números em qualquer ordem, sem alterar o resultado. Logo, é **desnecessário fazer qualquer conta** para ver que José e Maria engordaram o mesmo percentual:

1.20 x 1.10p = 1.10 x 1.20p = 1.32p, ou seja: ambos engordaram 32%.

Exemplo 4
Se nossa Maria tivesse engordado 20% em jan, mas emagrecido 20% em fev, qual o efeito total?
Resposta.
Pense e escreva assim: p --> 1.20p --> 0.80 x 1.20p = 0.96p, logo emagrecimento de 4%.
Pelo que já vimos, espero que o leitor tenha saído da vala comum da imensa maioria das pessoas e dos vestibulandos, os quais acham que o efeito total é zero (pois 20 - 20 = 0).

5.- Percentagens e o PIB (Produto Interno Bruto) do país

Temos de pensar tanto em valor absoluto como em valor relativo percentual. Mais precisamente, o PIB de um ano é o total da riqueza produzida no país até o final daquele ano. Por sua vez, a variação do PIB de um ano é o percentual do crescimento ou diminuição do PIB desse ano **relativamente ao PIB do ano anterior.** Vejamos exemplos numéricos, sempre usando dados do IBGE.

2020 (ano inicial da Pandemia): relativo a 2019, em 2020 o PIB ou riqueza produzida diminuiu -4.10%
2021 (previsão): em 2021, espera-se que o PIB aumente de +3.96%, relativamente ao ano 2020.

Indicando por R o PIB brasileiro produzido no ano **2019**, então:

- no ano de **2020** tivemos um PIB produzido (1 - 0.041) R = 0.959 R, ou seja: a riqueza produzida em 2020 foi (1 - 0.959) = 0.041 = 4.1% menor que a riqueza produzida em 2019.

- no ano de **2021** teremos um PIB produzido 1.0396 x 0.959R = 0.9970 R, ou seja teremos cerca de 0.9970R - R = (0.9970 - 1)R = -0.0030R = (0.30% **a menos** da riqueza produzida em 2019), mas 3.96% a mais do que 2020, conforme está esperando o IBGE.
  Podemos verificar os cálculos acima? Sim, dividindo: 0.9970R/0.959R - 1 = 1.0396 - 1 = 3.96%.

***Bobagens** que os políticos fanáticos e os mentirosos estão dizendo, conforme lhes convenha:*
(recorde os exemplos acima sobre José e Maria):
durante 2020 a 2021 aumentamos a riqueza nacional de 3.96% + 4.10% = 8.06%;
durante 2020 a 2021 empobrecemos 3.96% - 4.10% = -0.14% .

Como em 2020, com a pandemia, o país ficou mais pobre 4.1% do que era em 2019. A pergunta cruel é:

qual devia ser o crescimento % do PIB 2021 para o país recuperar o que tinha em 2019?

Continuando a indicar por R o PIB brasileiro produzido no ano **2019**, então:
a riqueza produzida R' em **2020** foi 0.959R, de modo que queremos o y tal que (1 + y) R' = R, ou seja:
(1 + y) 0.959R = R, logo y = 1/0.959 - 1 = 0.043 = +4.2753%, ou seja: em 2021 precisaríamos crescer +4.2753%, arredondamos para +4.28%, um valor um pouco maior que o 3.96% previsto.
Confirmemos: 1.042753 x 0.959R = 1.00R.

Lembrando os exemplos de José e Maria, estaria errado dizer que precisaríamos crescer 4.1% em 2021, pois alguns diriam: 4.1 - 4.1 = 0.

6.- Teste, desenvolva seu entendimento

Exercício –
Após reportagem em programa televisivo de grande audiência, uma das maiores multinacionais do setor de alimentos publicou matéria paga defedendo-se de ter reduzido o peso de seus produtos. Nessa matéria, a multinacional disse: "Reduzimos o peso de nossa linha de biscoitos wafer de 200 gramas para 150 gramas. Mas, também o preço do produto foi reduzido, em 20%".
Pergunta-se: V. concorda com a explicação?
Resp.: 25% e 20% são valores bem diferentes.

Exercício –
Escreveu um dos mais famosos jornalistas do país: "Dos R$ 23 milhões do Orçamento para a Agricultura Familiar, até agora foram gastos apenas R$ 800 mil, ou seja: apenas 0.4%".
Pede-se calcular o percentual correto e então explicar o porquê do erro do jornalista.

Exercício
A incidência da malária vem dobrando a cada 2 anos. Qual o aumento percentual anual equivalente?

Exercício -
Um comerciante tinha 100 Kg de morangos, cujo teor de umidade era 99% e que eram vendidos a R$30 por Kg. Sendo que hoje a umidade deles baixou para 98%, ele quer saber como remarcar o preço de modo a não ter prejuízo.
Resp.: R$ 60 por Kg.