

## Funções e equações algébricas

### Resumo da teoria

#### ► O primeiro grande cuidado na resolução de equações

A todo problema envolvendo uma equação está associado um domínio, o qual é o conjunto de números que podem ser interpretados como as raízes da equação que têm sentido, significado, para o contexto do problema. Esse domínio é o que denominamos *domínio contextual* da equação ou problema. Por exemplo, se estamos resolvendo um problema geométrico, não terá sentido considerarmos raízes negativas.

#### ► O segundo grande cuidado na resolução de equações

Para resolvermos uma equação dada, o usual é termos de fazer algumas transformações algébricas. Essas poderão valer apenas em parte do domínio contextual; se esquecermos isso poderemos estar perdendo raízes.

Também pode ocorrer que transformações feitas com pouco cuidado nos levem a raízes fora do domínio conceitual, são o que se denomina raízes estranhas ao problema. Para evitar isso, *devemos sempre garantir que as transformações feitas sejam do tipo*  $\Leftrightarrow$ .

### Problemas

#### Problema 1

Para quais valores de  $m \in \mathbb{R}$  temos raízes duplas na equação  $x^2 - 4x + m - 1 = 0$ ?

#### Problema 2

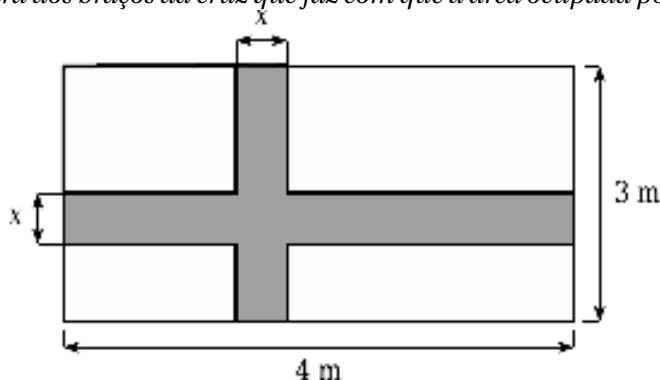
Para quais valores de  $m \in \mathbb{R}$  temos raízes de sinais distintos na equação  $(m - 1)x^2 - 2x + 1 - m = 0$ ?

#### Problema 3

Resolver a equação  $x - 3\sqrt{x} - 4 = 0$ .

#### Problema 4

A figura abaixo representa um tapete retangular onde a parte escura tem o formato de uma cruz. Deseja-se saber o valor da largura dos braços da cruz que faz com que a área ocupada por tal cruz seja igual à área do resto do tapete.



#### Problema 5

Resolver as seguintes equações irracionais.

a).  $\sqrt{4 - x} = x - 2$ .

b).  $\sqrt{x + 12} = \sqrt{x^2 + 2x - 8}$ .

#### Problema 6

Entre os valores da função  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$  dada por  $f(n) = n^4 - 20n^2 + 4$  existe algum número primo?

#### Problema 7

Se somarmos um ao produto de quatro números naturais consecutivos, sempre obteremos um quadrado perfeito?

#### Problema 8

Seja a função que a cada número natural associa a soma de seu cubo com os cubos dos dois naturais que lhe seguem.

a). Mostrar que todos os valores dessa função são múltiplos de 9.

b). Todo múltiplo de 9 é algum valor dessa função?

c). Cada número da lista 9, 99, 999, 9999, ... é um valor da função?