

Instituto de Matemática - UFRGS - Mat01009 - Métodos Aplicados de Matemática I
Primeiro Teste 2023/1

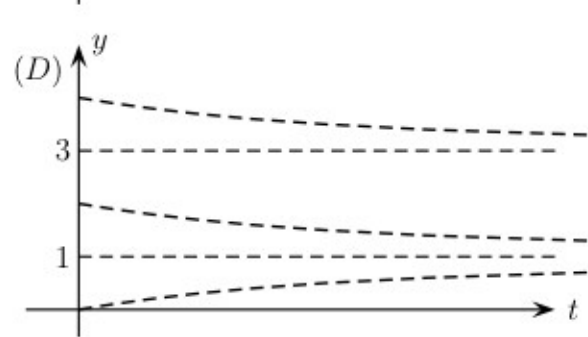
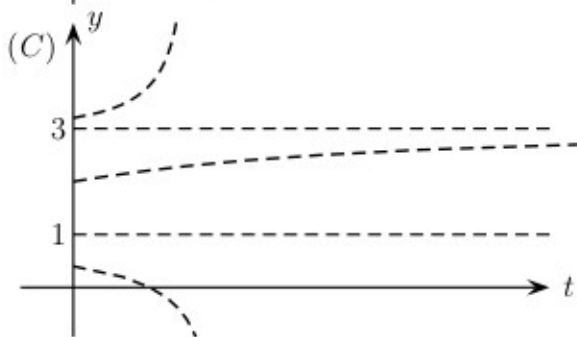
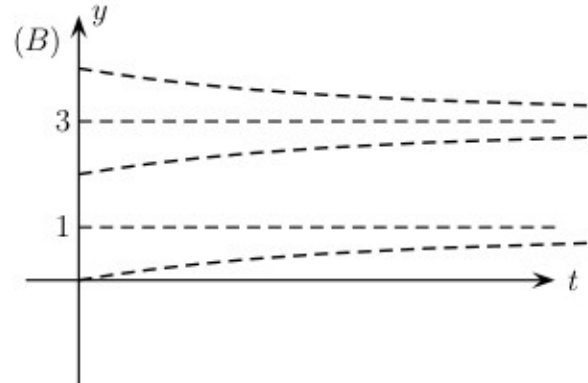
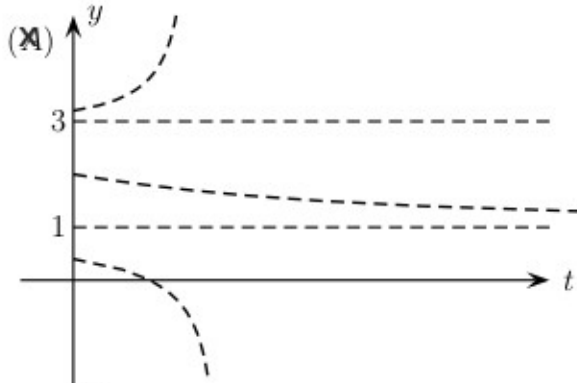
Nome: GABARITO

Cartão:

Instruções: (1) Esse teste tem duração de 50min. (2) Calculadoras não podem ser usadas; você pode escrever à lápis. (3) A correta interpretação dos enunciados faz parte da verificação. Leia atentamente.

Resposta correta sem desenvolvimento matemático / justificativa limitará o acerto a 50% do valor de qq ítem.

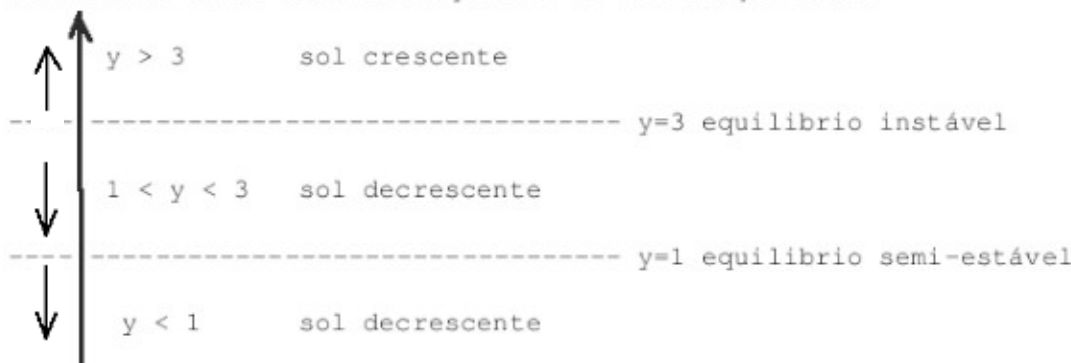
1.(1.5pt) Qual das figuras abaixo é compatível com gráfico de fase da EDO $\frac{dy}{dt} = \frac{(y-1)^2(y-3)}{6}$ e suas soluções de equilíbrio? Classifique tais soluções. Justifique suas respostas, mas sem resolver a EDO.



Solução Q1. EDO autônoma $y' = f(y)$ com $f(y) = (y - 1)^2(y - 3)/6$
 zeros de f definem soluções de equilíbrio: $y = 1$ e $y = 3$ bem como
 os 3 intervalos $(-\infty, 1)$, $(1, 3)$ e $(3, \infty)$

	1	3	(y)
sinal de $(y-1)^2$:	+++++	0	+++++
sinal de $(y-3)$:	-----	0	+++++
sinal de $f(y)$	-----	0	-----0+++++
	decrec	decrec	cresc

Gráfico de fase: como consequência da informação acima



portanto compatível com alternativa (A)

2.(1.5pt) Obtenha a solução do PVI $\begin{cases} y' = -2t(y+1)^2, t > 0 \\ y(0) = 4 \end{cases}$, apresente seu desenvolvimento no verso.

Bom trabalho.

Solução Q2. $\frac{dy}{(y+1)^2} = -2tdt$ integrando ambos os lados da equação:

$$\int \frac{1}{(y+1)^2} dy = \int -2tdt + C \Leftrightarrow -\frac{1}{y+1} = -t^2 + C, C \in \mathbb{R}$$

condição inicial $y(0) = 4$ implica $-\frac{1}{5} = 0 + C \Rightarrow C = -\frac{1}{5}$ e portanto

$$\frac{1}{y+1} = t^2 + \frac{1}{5} \Rightarrow y+1 = \frac{1}{t^2 + 1/5} \Rightarrow y(t) = -1 + \frac{1}{t^2 + 1/5}, t \geq 0$$