Instituto de Matemática - UFRGS - Mat01009 - Métodos Aplicados de Matemática I
Primeira Verificação 2023/1

Nome: **Cartão:**

Instruções: (1) Essa prova tem duração de 1h40min; calculadoras não podem ser usadas; você pode escrever à lapis. (2) A correta interpretação dos enunciados faz parte da verificação; leia atentamente. (3) Nesta prova: e = número de Euler. (4) Em questões alternativas, marque apenas uma, sem necessidade de justificar; nas discursivas, a ausência de justificativa será penalizada.

• **Questão 1** Sejam $y(t)$ tal que $\begin{cases} 3ty' + 5y = 10 \quad, t > 0 \\ y(1) = 1 \end{cases}$ e (†) a respectiva EDO homogênea.

É correto: (0.6pt)

( ) $u(t) = t^{\frac{5}{3}} + 2$ é solução de (†)

( ) $u(t) = t^{\frac{5}{3}}$ é solução de (†)

( ) $u(t) = -t^{-\frac{5}{3}} + 2$ é solução de (†)

( ) $u(t) = e^{\frac{5}{3t^2}}$ é solução de (†)

( ) $u(t) = t^{-\frac{5}{3}}$ é solução de (†)

( ) nenhuma das anteriores

É correto: (0.6pt)

( ) $y(t) = -t^{\frac{5}{3}} + 2$

( ) $y(t) = t^{-\frac{5}{3}} + 2$

( ) $y(t) = -e^{-\frac{3}{5}}\, e^{-\frac{5t^2}{3}} + 2$

( ) $y(t) = -t^{-\frac{5}{3}} + 2$

( ) $y(t) = -e^{\frac{3}{5}}\, e^{\frac{5}{3t^2}} + 2$

( ) nenhuma das anteriores

• **Questão 2** Sejam $y(t)$ tal que $\begin{cases} y' + 2y = e^{-2t}, \quad t > 0 \\ y(0) = 2 \end{cases}$ e (†) a respectiva EDO homogênea.

É correto: (0.7pt)

( ) $u(t) = e^{-2t} + 2$ é solução de (†)

( ) $u(t) = e^{-2t}$ é solução de (†)

( ) $u(t) = e^{2t}$ é solução de (†)

( ) $u(t) = e^{-t/2}$ é solução de (†)

( ) $u(t) = e^{-t^2}$ é solução de (†)

( ) nenhuma das anteriores

É correto: (0.7pt)

( ) $y(t) = 2e^{-2t} + (t-1)e^{-2t}$

( ) $y(t) = te^{-2t}$

( ) $y(t) = 2 + te^{-2t}$

( ) $y(t) = -2e^{-2t} + te^{-2t}$

( ) $y(t) = te^{2t}$

( ) nenhuma das anteriores

• **Questão 3** Sejam $y(t)$ tal que $\begin{cases} y'' + 6y' + 13y = 26, \quad t > 0 \\ y(0) = 4, y'(0) = 0 \end{cases}$ e (†) a respectiva EDO homogênea.

É correto: (0.7pt)

( ) $u(t) = e^{-2t}\cos(2t)$ é solução de (†)

( ) $u(t) = e^{-3t}\cos(t)$ é solução de (†)

( ) $u(t) = e^{-3t}\text{sen}\,(2t)$ é solução de (†)

( ) $u(t) = e^{-3t}\text{sen}\,(3t)$ é solução de (†)

( ) $u(t) = e^{-t}\text{sen}\,(3t)$ é solução de (†)

( ) nenhuma das anteriores

É correto: (0.7pt)

( ) $y(t) = e^{-3t}(2\cos(2t) + 3\sin(2t)) + 2$

( ) $y(t) = e^{-2t}(2\cos(3t) + 3\sin(3t)) + 2$

( ) $y(t) = e^{-3t}(2\cos(2t) + 2\sin(2t)) + 2$

( ) $y(t) = e^{3t}(2\cos(2t) + 3\sin(2t)) + 2$

( ) $y(t) = e^{3t}(3\cos(2t) + 2\sin(2t)) + 2$

( ) nenhuma das anteriores

Questão 4. (Discursiva) RESOLVA TRÊS dos problemas abaixo:

Ausência de desenvolvimento matemático / justificativa limitará o acerto a 50% do valor do ítem.

(a)(1.0pt) Obtenha a solução $y(x)$ do PVI $\begin{cases} x^2\frac{dy}{dx} + y^2 = xy, x > 1 \\ y(1) = 1 \end{cases}$, se possível, na forma explícita.

(b)(1.0pt) Obtenha a solução $y(t)$ do PVI $\begin{cases} t^2y'' + 1 = 0 & , t > 1 \\ y(1) = 0 & , y'(1) = 1 \end{cases}$

(c)(1.0pt) Taxa de variação é proporcional à diferença de temperaturas. Um termômetro em equilíbrio é retirado de um forno para um refrigerador onde a temperatura é de 12^o F. Após 1 minuto no novo ambiente, o termômetro marca 62^oF, e após 3 minutos no novo ambiente o termômetro marca 14^oF. Calcule a temperatura do forno. Obtenha expressão analítica da temperatura $T(t)$ em função do tempo transcorrido t.

(d)(1.0pt) Obtenha a solução $y(x)$ do PVI $\begin{cases} x^2y'' + xy' + 4y = 2, x > 1 \\ y(1) = 1, y'(1) = 3 \end{cases}$, se possível, na forma explícita.

Formulário da Área 1 para P1 e Exame.

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x) \Leftrightarrow y_p = e^{-\int P(x)dx} \int e^{\int P(x)dx} f(x)dx$$

$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$ possíveis fatores integrantes: $\mu(x) = e^{\int \frac{M_y - N_x}{N}}$ e $\mu(y) = e^{\int \frac{N_x - M_y}{M}}$ se as expressões forem funções somente de x ou de y, respectivamente.

$y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0, y_1$ solução conhecida $\Rightarrow y_2 = y_1(x) \displaystyle\int \frac{e^{-\int P(x)dx}}{y_1^2(x)} dx$

$y'' + P(x)y' + Q(x)y = f(x), y_1, y_2$ soluções homogêneas conhecidas $\Rightarrow$

$\Rightarrow y_p = u_1y_1 + u_2y_2,$ onde $u_1 = -\displaystyle\int \frac{y_2(x)f(x)}{W(x)}dx, \quad u_2 = \int \frac{y_1(x)f(x)}{W(x)}dx$

	$g(x)$ (exemplo)	fórmula de y_p
1	1 (qq constante)	A
2	$5x - 7$	$Ax + B$
3	$3x^2 - 2$	$Ax^2 + Bx + C$
4	$x^3 - x + 1$	$Ax^3 + Bx^2 + Cx + E$
5	$\text{sen}\,(4x)$	$A\cos(4x) + B\text{sen}\,(4x)$
6	$\cos(4x)$	$A\cos(4x) + B\text{sen}\,(4x)$
7	e^{5x}	Ae^{5x}
8	$(9x - 2)e^{5x}$	$(Ax + B)e^{5x}$
9	x^2e^{5x}	$(Ax^2 + Bx + C)e^{5x}$
10	$e^{3x}\text{sen}\,(4x)$	$Ae^{3x}\cos(4x) + Be^{3x}\text{sen}\,(4x)$
11	$5x^2\text{sen}\,(4x)$	$(Ax^2 + Bx + C)\cos(4x) + (Ex^2 + Fx + G)\text{sen}\,(4x)$
12	$xe^{3x}\cos(4x)$	$(Ax + b)e^{3x}\cos(4x) + (Cx + E)e^{3x}\text{sen}\,(4x)$