

**Instituto de Matemática - UFRGS - Mat01009 - Métodos Aplicados de Matemática I**  
**Primeira Verificação 2015/2**

**Nome:**

**Cartão:**

**Instruções:** (1) Essa prova tem duração de 1h40min. (2) Calculadoras não podem ser usadas; você pode escrever à lapis. (3) A correta interpretação dos enunciados faz parte da verificação. Leia atentamente. (4) Nesta prova:  $e$  = número de Euler. Apresente desenvolvimento matemático em todas as questões.

**Questão 1.** (4.5pt) RESOLVA 3 dos problemas abaixo, determinando soluções explícitas  $y = y(x)$ .

(a)  $\frac{dy}{dx} = -\frac{x^3 + y^3}{3xy^2}$

(c)  $(1+x)\frac{dy}{dx} - xy = (1+x)e^x$

(b)  $\begin{cases} y'' + y = 0 \\ y(0) = 0, y'(\pi/2) = 0 \end{cases}$

(d)  $\begin{cases} \frac{dy}{dx} + y = y^{-1/2} \\ y(0) = 4 \end{cases}$

**Questão 2.** Considere a EDO  $2x^2y'' + 5xy' + y = x^2 - x$

(a)(1.0pt) Resolva a respectiva EDO homogênea.

(b)(1.0pt) Encontre uma solução particular  $y_p$  (indique o método usado) e determine a solução geral.

**Questão 3.** Considere a EDO  $\frac{dP}{dt} = P - P^2$

(a)(1.0pt) Encontre e classifique seus pontos críticos e o faça seu retrato de fase. Esboçe curvas integrais determinadas pelos gráficos das soluções de equilíbrio.

(b)(1.0pt) Resolva essa EDO, determinando soluções explícitas  $P = P(t)$  satisfazendo a condição inicial  $P(0) = 1/4$ .

**Questão 4.**(1.5pt) Uma força eletromotriz de 30 volts é aplicada em um circuito em série LR no qual a indutância é de 0.1 henry e a resistência é de 50 ohms. Ache a corrente  $i(t)$ , em amperes, sabendo que  $i(0) = 0$ . Determine a corrente quanto  $t \rightarrow \infty$ .

**Bom Trabalho.**

**Formulário para Área 1**

$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x) \Leftrightarrow y_p = e^{-\int P(x)dx} \int e^{\int P(x)dx} f(x)dx$

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$  possíveis fatores integrantes:  $\mu(x) = e^{\int \frac{M_y - N_x}{N} dx}$  e  $\mu(y) = e^{\int \frac{N_x - M_y}{M} dy}$

$y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0, y_1$  solução conhecida  $\Leftrightarrow y_2 = y_1(x) \int \frac{e^{-\int P(x)dx}}{y_1^2(x)} dx$

$y'' + P(x)y' + Q(x)y = f(x), y_1, y_2$  soluções conhecidas  $\Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow y_p = u_1y_1 + u_2y_2$ , onde  $u_1 = -\int \frac{y_2(x)f(x)}{W(x)} dx, u_2 = \int \frac{y_1(x)f(x)}{W(x)} dx$

	$g(x)$ (exemplo)	fórmula de $y_p$
1	1 (qq constante)	$A$
2	$5x - 7$	$Ax + B$
3	$3x^2 - 2$	$Ax^2 + Bx + C$
4	$x^3 - x + 1$	$Ax^3 + Bx^2 + Cx + E$
5	$\text{sen}(4x)$	$A \cos(4x) + B \text{sen}(4x)$
6	$\cos(4x)$	$A \cos(4x) + B \text{sen}(4x)$
7	$e^{5x}$	$Ae^{5x}$
8	$(9x - 2)e^{5x}$	$(Ax + B)e^{5x}$
9	$x^2 e^{5x}$	$(Ax^2 + Bx + C)e^{5x}$
10	$e^{3x} \text{sen}(4x)$	$Ae^{3x} \cos(4x) + Be^{3x} \text{sen}(4x)$
11	$5x^2 \text{sen}(4x)$	$(Ax^2 + Bx + C) \cos(4x) + (Ex^2 + Fx + G) \text{sen}(4x)$
12	$xe^{3x} \cos(4x)$	$(Ax + b)e^{3x} \cos(4x) + (Cx + E)e^{3x} \text{sen}(4x)$