

Instituto de Matemática - UFRGS - Mat01009 - Métodos Aplicados de Matemática I
Primeira Recuperação 2015/2

Nome:

Cartão:

Instruções: (1) Essa prova tem duração de 1h40min. (2) Calculadoras não podem ser usadas; você pode escrever à lapis. (3) A correta interpretação dos enunciados faz parte da verificação. Leia atentamente. (4) Nesta prova: e = número de Euler. Transformadas de Laplace não podem ser usadas. Apresente desenvolvimento matemático em todas as questões.

Questão 1. (4.5pt) RESOLVA 3 problemas, determinando soluções explícitas $y = y(x)$, SE que possível.

(a)
$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} + xy^2 = 0, & x > 1 \\ y(1) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

(c)
$$\begin{cases} x^2 \frac{dy}{dx} = y - xy = 0, & x > 1 \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = -\frac{e^x + y}{2 + x + ye^y}, & x > 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

(d)
$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{y^3 - x^3}{xy^2}, & x > 1 \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

Questão 2.(a) (1.0pt) Taxa de crescimento proporcional à população. Uma cultura tem inicialmente P_0 bactérias. Em $t = 1h$ (isto é, 1 hora depois), o número medido de bactérias é de $1.5P_0$. Se $P(t)$ é o número de bactérias presente no instante t , determine o tempo necessário para triplicar o número de bactérias.

(b)(1.0pt) Taxa de variação de temperatura é proporcional à diferença das temperaturas; graus na escala Fahrenheit. Quando um bolo é retirado do forno, sua temperatura é 320 graus. Três minutos mais tarde, sua temperatura é de 195 graus. A temperatura do ambiente é de 70 graus. Quanto tempo levará para o bolo esfriar até a temperatura de 120 graus ? Resposta na forma de logaritmos.

Questão 3. Considere a EDO $y'' - 16y = 2e^{4x}$

(a)(1.0pt) Resolva a respectiva EDO homogênea.

(b)(1.0pt) Encontre uma solução particular y_p (indique o método usado) e determine a solução geral.

Questão 4. (1.5pt) Encontre a solução de
$$\begin{cases} x^2 y'' + 3xy' - 3y = 0, & x > 1 \\ y(1) = 2, & y'(1) = -2 \end{cases}$$

Formulário para Área 1

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x) \Leftrightarrow y_p = e^{-\int P(x)dx} \int e^{\int P(x)dx} f(x)dx$$

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0 \text{ possíveis fatores integrantes: } \mu(x) = e^{\int \frac{M_y - N_x}{N} dx} \text{ e } \mu(y) = e^{\int \frac{N_x - M_y}{M} dy}$$

$$y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0, y_1 \text{ solução conhecida} \Leftrightarrow y_2 = y_1(x) \int \frac{e^{-\int P(x)dx}}{y_1^2(x)} dx$$

$$y'' + P(x)y' + Q(x)y = f(x), y_1, y_2 \text{ soluções conhecidas} \Leftrightarrow y_p = u_1 y_1 + u_2 y_2, \text{ onde } u_1 = - \int \frac{y_2(x)f(x)}{W(x)} dx, u_2 = \int \frac{y_1(x)f(x)}{W(x)} dx$$