MAT 1067 - COMBINATÓRIA II
LISTA DE EXERCÍCIOS 3
25/03/2010

1. Resolva os itens abaixo.
   (a) Decida se AB, A^* e B^* são univocamente gerados para $A = \{0, 1\}$ e $B = \{00, 0, 1\}$. Justifique.
   (b) Decida se AB e A^* são univocamente gerados para $A = \{01, 101, 10\}$ e $B = \{0\}^*$. Justifique.
   (c) Decida se a concatenação $0^*(1^*00^*)^*$ é univocamente gerada. Quais são as sequências geradas?
   (d) Decida se a concatenação $(\epsilon \cup 0)(11^*0)^*1^*$ é univocamente gerada. Quais são as sequências geradas?

2. Determine a função geradora para o número de sequências binárias em cada um dos casos abaixo.
   (a) Os blocos de 1 têm comprimento ímpar.
   (b) Há no máximo três blocos de 0.
   (c) Cada bloco par de 0 é seguido de um bloco ímpar de 1.
   (d) Todo bloco de 0 tem no máximo quatro elementos.
   (e) Um bloco de 0 de comprimento três nunca é seguido de um bloco de 1 de comprimento par.

3. Determine a função geradora para o número de seqüências binárias para as quais o bloco de dígitos 1 mais longo tem comprimento k.

4. Mostre que o número de maneiras (ordenadas) de obter soma n ao jogar um dado comum k vezes é igual a

$$\sum_{i \geq 0} (-1)^i \binom{k}{i} \binom{n - 6i - 1}{k - 1}.$$

5. Prove que a decomposição $\{0, 1\}^* = 1^*(00^*11^*)^*0^*$ é univocamente gerada.

As seguintes séries de potências podem ser utilizadas sem prova.

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$$

$$(1+x)^k = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} k \cdot (k-1) \cdots (k-n+1) \frac{x^n}{n!}, \text{ para todo } k \text{ real.}$$

$$\frac{1}{(1-x)^k} = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{n+k-1}{k-1} x^n, \text{ para todo inteiro positivo } k.$$