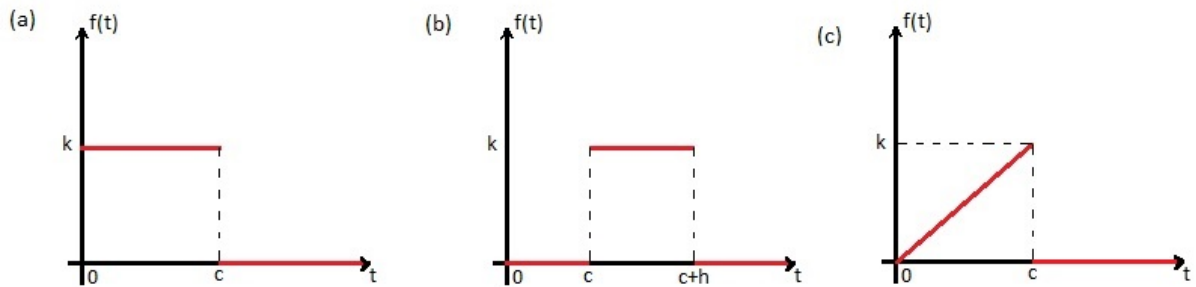


Lista 1*

MAT01168 – Matemática Aplicada II – 2015/1

Exercício 1. A partir da definição, encontre a Transformada de Laplace das funções cujos gráficos são:



Exercício 2. Use a propriedade de linearidade e a tabela para encontrar a Transformada de Laplace das seguintes funções (a, b, ω e θ são constantes):

(a) $3t + 4$

(e) $(\sinh(at))^2$

(b) $t^2 + at + b$

(c) $(a + bt)^2$

(f) $\cos^2 t$ (Sugestão: utilize a fórmula trigonométrica $\cos^2 t = \frac{1 + \cos(2t)}{2}$)

(d) $\cos(\omega t + \theta)$

Exercício 3. Vimos que a transformada de Laplace \mathcal{L} é um operador linear. Explique o que isto significa. Por que esta propriedade é importante?

Exercício 4. Utilizando que a transformada de Laplace \mathcal{L} é linear, prove que a transformada inversa \mathcal{L}^{-1} também é um operador linear. Em outras palavras, justifique que é válida a igualdade:

$$\mathcal{L}^{-1}\{aF(s) + bG(s)\} = a\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} + b\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}, \text{ para quaisquer } a, b \text{ constantes e } F, G \text{ funções de } s.$$

Exercício 5. Use a tabela para encontrar a Transformada Inversa das funções $F(s)$ abaixo:

(a) $\frac{5}{s + 3}$

(f) $\frac{1}{s^4}$

(b) $\frac{1}{s^2 + 25}$

(g) $\frac{s + 1}{s^2 + 1}$

(c) $\frac{s}{s^2 + 2}$

(h) $\frac{a}{s} + \frac{b}{s^2} + \frac{c}{s^3}$ (a, b e c constantes)

(d) $\frac{6s}{s^2 - 16}$

(e) $\frac{s - 4}{s^2 + 4}$

(i) $\frac{\omega \cos \theta}{s^2 + \omega^2} + \frac{s \sin \theta}{s^2 + \omega^2}$ (ω e θ constantes)

Exercício 6. Justifique que a função $f(t) = e^{t^2}$ não possui uma transformada de Laplace.

*Reprodução da primeira lista sobre a transformada de Laplace da Prof. Irene Strauch, com alguns exercícios adicionais.

RESPOSTAS

1a. $\frac{k}{s}(1 - e^{-cs})$

1b. $\frac{k}{s}e^{-cs}(1 - e^{-bs})$

1c. $-\frac{k}{s}\left(\frac{c}{s}e^{-cs} + \frac{1}{s^2}(e^{-cs} - 1)\right)$

2a. $\frac{3}{s^2} + \frac{4}{s}$

2b. $\frac{2}{s^3} + \frac{a}{s^2} + \frac{b}{s}$

2c. $\frac{a^2}{s} + \frac{2ab}{s^2} + \frac{2b^2}{s^3}$

2d. $\frac{s \cos \theta - \omega \operatorname{sen} \theta}{s^2 + \omega^2}$

2e. $\frac{1}{2}\left(\frac{s}{s^2 - 4a^2} - \frac{1}{s}\right)$

2f. $\frac{1}{2s} + \frac{s}{2s^2 + 8}$

5a. $5e^{-3t}$

5b. $\frac{\operatorname{sen}(5t)}{5}$

5c. $\cos(t\sqrt{2})$

5d. $6 \cosh(4t)$

5e. $\cos(2t) - 2 \operatorname{sen}(2t)$

5f. $t^3/6$

5g. $\cos t - \operatorname{sen} t$

5h. $a + bt + c\frac{t^2}{2}$

5i. $\operatorname{sen}(\omega t + \theta)$