Matemática Aplicada II (Área I)
5ª Lista de Exercícios
Integração Vetorial : Integral Simples e Integral de Linha , Aplicações

1) Dada a aceleração $\vec{a}(t)$ de uma partícula , calcule a velocidade $\vec{v}(t)$ e o vetor posição $\vec{r}(t)$, supondo $t \geq 0$, $\vec{v}(0)=\vec{0}$ e $\vec{r}(0)=\vec{0}$, para:

a) $\vec{a}=12\cos 2t\ \vec{i}-8\ \mathrm{sen}2t\ \vec{j}+16t\ \vec{k}$	$\vec{a}=e^{-t}\ \vec{i}-6(t+1)\vec{j}+3\ \mathrm{sen}t\ \vec{k}$
R: $\vec{v}=6\ \mathrm{sen}2t\ \vec{i}+(4\cos 2t-4)\vec{j}+8t^2\vec{k}$ $\vec{r}=(-3\cos 2t+3)\ \vec{i}+(2\ \mathrm{sen}2t-4t)\vec{j}+\frac{8}{3}t^3\vec{k}$	**R:** $\vec{v}=(1-e^{-t})\ \vec{i}-(3t^2+6t)\vec{j}+(3-3\cos t)\vec{k}$ $\vec{r}=(t-1+e^{-t})\ \vec{i}-(t^3+3t^2)\vec{j}+(3t-3\ \mathrm{sen}\ t)\vec{k}$

2) Calcule $\int_C \vec{F}\bullet d\vec{r}$, dados:

a) $\vec{F}=(x+2y)\vec{i}+(x-y)\vec{j}$ C: $x=2\cos\cancel{2}t$, $y=4\mathrm{sen}\ t$, $0\leq t\leq \pi/4$	b) $\vec{F}=(x^2+y^2)\vec{i}-x\vec{j}$ C:Circunferência de $x^2+y^2=1$ de (1,0) a (0,1) no 1° quadrante
R: $1-\pi$	**R:** $-1-\pi/4$

3) Determine se o campo $\vec{F}$ é conservativo. Se for, encontre a função potencial φ .

a) $\vec{F}=x\ \vec{i}+y\vec{j}$; **R:** $\varphi=\frac{1}{2}(x^2+y^2)+C$	b) $\vec{F}=x^2y\ \vec{i}+5xy^2\ \vec{j}$; **R:** Não é conservativo
c) $\vec{F}=(\cos y+y\cos x)\vec{i}+(\mathrm{sen}\ x-x\mathrm{sen}\ y)\vec{j}$ **R:** $\varphi=x\cos y+y\mathrm{sen}\ x+C$	d) $\vec{F}=yz\ \vec{i}+xz\ \vec{j}+(xy+3z^2)\vec{k}$ **R:** $\varphi=xyz+z^3+C$

4) Calcular o trabalho para se deslocar uma partícula no campo de força $\vec{F}=3x^2\ \vec{i}+(2xz-y)\vec{j}+z\ \vec{k}$ ao longo:

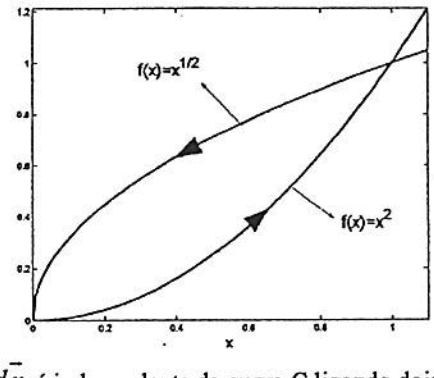
a)da reta que liga $(0,0,0)$ a $(2,1,3)$ b)da curva $x=2t^2$, $y=t$, $z=4t^2-t$ de $t=0$ até $t=1$

c)da curva definida por $x^2=4y$, $3x^3=8z$, de $x=0$ até $x=2$ **R: a)16 ; b)14.2 ; c)16**

5) Calcule o trabalho realizado pela força conservativa $\vec{F}=xy^2\vec{i}+x^2y\vec{j}$ ao deslocar uma partícula desde $P_o(1,1)$ até $P_1(0,0)$. **R:-1/2**

6) Calcule $\int_C \vec{F}\bullet d\vec{r}$, para $\vec{F}=(e^y+ye^x)\vec{i}+(xe^y+e^x)\vec{j}$ e C é a curva dada por $\vec{r}=\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2}t\right)\ \vec{i}+(\ln t)\vec{j}$, $1\leq t\leq 2$. (Sugestão : Determine primeiro se $\vec{F}$ é conservativo) **R: -1 + ln2**

7) Dado $\vec{F}=(x-y)\vec{i}+(x+y)\vec{j}$, calcule $\oint_C \vec{F}\bullet d\vec{r}$ ao longo da curva C representada na curva ao lado. **R: 2/3**



8) Se $\vec{A}=(4xy-3x^2z^2)\vec{i}+2x^2\vec{j}-2x^3z\vec{k}$, prove que $\int_C \vec{A}\bullet d\vec{r}$ é independente da curva C ligando dois pontos dados.

9) a) Se $\vec{E}=r\ \vec{r}$, prove que existe um potencial φ tal que $\vec{E}=-\vec{\nabla}\varphi$

b) Calcule φ c) Qual o valor de $\oint_C \vec{E}\bullet d\vec{r}$? **R:** $\varphi=-\frac{r^3}{3}+C$

10) Calcule o trabalho para se deslocar uma partícula nos campos de força conservativa dados por:

a) $\vec{F}=-k\ \vec{r}$ (Lei de Hooke) **R:** $\varphi=\frac{-kr^2}{2}+C$	b) $\vec{F}=\frac{1}{r^3}\ \vec{r}$ (Lei inverso do quadrado) **R:** $\varphi=-\frac{1}{r}+C$