

Lista 4*

MAT01168 – Matemática Aplicada II – 2015/1

Exercício 1. Um capacitor de capacitância C é carregado até que seu potencial seja ν_0 . Em $t = 0$, a chave do circuito da Figura 1 abaixo é fechada e o capacitor começa a descarregar através do resistor de resistência R . Use o método da transformada de Laplace para encontrar a carga $q(t)$ no capacitor.

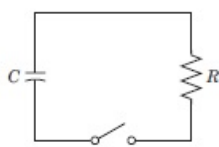


Figure 1: Exercício 1

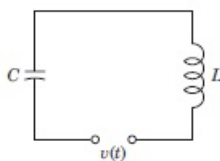


Figure 2: Exercício 2

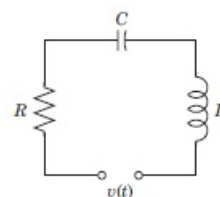


Figure 3: Exercício 3

Exercício 3. Dado o circuito RLC da Figura 3 acima, encontre a corrente $i(t)$, assumindo que a corrente e a carga iniciais sejam nulas e que $R = 2 \Omega$, $L = 1 H$, $C = 1/2 F$ e

$$v(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } t \in (0, 2) \\ 0, & \text{se } t > 2 \end{cases}$$

Exercício 4. Dada a equação do movimento de um oscilador harmônico simples (OHS)

$$-ky(t) - \beta y'(t) + f_{\text{ext}} = my''(t), \quad (1)$$

calcule a resposta $y(t)$ deste oscilador sujeito a forças externas f_{ext} do tipo dado abaixo. Considere $m = 1$, $k = 2$, $\beta = 3$, $y(0) = 0$ e $y'(0) = 0$.

$$(a) f_{\text{ext}}(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } t \in [1, 2] \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (b) f_{\text{ext}}(t) = \delta(t - 1)$$

Exercício 5. Considere um OHS não amortecido, isto é, $\beta = 0$ na equação diferencial associada (1). Suponha que este oscilador está sujeito a uma força externa dada por $f_{\text{ext}} = F_0 \text{sen}(\sqrt{k/mt})$.

- (a) Use o método da transformada de Laplace para calcular as oscilações forçadas $y(t)$, sabendo que $y(0) = 0$ e $y'(0) = 0$.
- (b) Como se comporta o gráfico destas oscilações? Que fenômeno físico você identifica?

RESPOSTAS

1. $q(t) = C\nu_0 e^{-t/RC}$
2. $i(t) = \text{sen } t - \text{sen}(t - a)u(t - a)$
3. $i(t) = e^{-t} \text{sen } t - u(t - 2)e^{2-t} \text{sen}(t - 2)$
- 4a. $y(t) = \frac{1}{2}[1 - 2e^{1-t} + e^{2-2t}]u(t - 1) - \frac{1}{2}[1 - 2e^{2-t} + e^{4-2t}]$
- 4b. $y(t) = [e^{1-t} - e^{2-2t}]u(t - 1)$
5. $\frac{F_0}{2k} [\text{sen}(\sqrt{k/mt}) - \sqrt{k/mt} \cos(\sqrt{k/mt})]$

*Reprodução da terceira lista sobre a transformada de Laplace da Prof. Irene Strauch, com alguns exercícios adicionais.