Lista 13

MAT01168 – Matemática Aplicada II – 2015/1

Exercício 1. Expresse as equações paramétricas abaixo como uma única expressão vetorial:

(a) $x(t) = 3\cos t,\ y(t) = t + \operatorname{sen} t$

(b) $x(t) = 2t,\ y(t) = 2\operatorname{sen}(3t),\ z(t) = 5\cos(3t)$

Exercício 2. Esboce o gráfico das equações:

(a) $\vec{r}(t) = (2-3t)\vec{i} - 4t\vec{j}$

(b) $\vec{r}(t) = 2t\vec{i} - 3\vec{j} + (1+3t)\vec{k}$

(c) $\vec{r}(t) = (3\cos t)\vec{i} + (2\operatorname{sen} t)\vec{j} - \vec{k}$

(d) $\vec{r}(t) = 2\vec{i} + t\vec{j}$

(e) $\vec{r}(t) = (1+\cos t)\vec{i} + (3-\operatorname{sen} t)\vec{j},\ t \in [0, 2\pi]$

(f) $\vec{r}(t) = (\cosh t)\vec{i} + (\operatorname{senh} t)\vec{j}$

(g) $\vec{r}(t) = t\vec{i} + t\vec{j} + t\vec{k}$

(h) $\vec{r}(t) = t\vec{i} + t^2\vec{j} + 2\vec{k}$

(i) $\vec{r}(t) = (2\cos t)\vec{i} + (2\operatorname{sen} t)\vec{j} + t\vec{k}$

Exercício 3. Encontre o coeficiente angular da reta (no plano xy) de equação paramétrica $\vec{r}(t) = (1-2t)\vec{i} - (2-3t)\vec{j}$.

Exercício 4. Considere a hélice circular $\vec{r}(t) = (a\cos t)\vec{i} + (a\operatorname{sen} t)\vec{j} + ct\vec{k}$, com $c > 0$. Encontre o valor de c tal que cada volta completa avança 3 unidades em z.

Exercício 5. Esboce o gráfico das equações abaixo. Em seguida, calcule $r'(t_0)$ e esboce no mesmo gráfico.

(a) $\vec{r}(t) = (t, t^2),\ t_0 = 2$

(b) $\vec{r}(t) = (e^{-t}, e^{2t}), t_0 = \ln 2$

(c) $\vec{r}(t) = (2\operatorname{sen} t)\vec{i} + \vec{j} + (2\cos t)\vec{k}, t_0 = \pi/2$

Exercício 6. Considere

$$\vec{u}(t) = t^2\vec{i} - 3t\vec{k}, \qquad \vec{v}(t) = -4t^3\vec{j} + (t+1)\vec{k} \quad \text{e} \quad \vec{w}(t) = 3t^2\vec{i} + t\vec{j} - t^3\vec{k}.$$

Determine

(a) $(\vec{u} \cdot \vec{v})'$

(b) $(\vec{u} \times \vec{v})'$

(c) $\left[\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w})\right]'$

Exercício 7. Prove que:

(a) $\left(\vec{r}(t) \times \vec{r}'(t)\right)' = \vec{r}(t) \times \vec{r}''(t)$

(b) $\left(\|\vec{r}(t)\|\right)' = \dfrac{\vec{r}(t) \cdot \vec{r}'(t)}{\|\vec{r}(t)\|}$, onde $\|\vec{r}(t)\| \overset{\text{def}}{=} \sqrt{\vec{r}(t) \cdot \vec{r}(t)}$

(c) $\left(\dfrac{\vec{r}(t)}{\|\vec{r}(t)\|}\right)' = \dfrac{\vec{r}'(t)}{\|\vec{r}(t)\|} - \dfrac{\vec{r}(t) \cdot \vec{r}'(t)}{\|\vec{r}(t)\|^3}\vec{r}(t)$