MATEMÁTICA APLICADA II — ÁREA I

7ª (e última) Lista

Integração Vetorial: O Teorema de Stokes

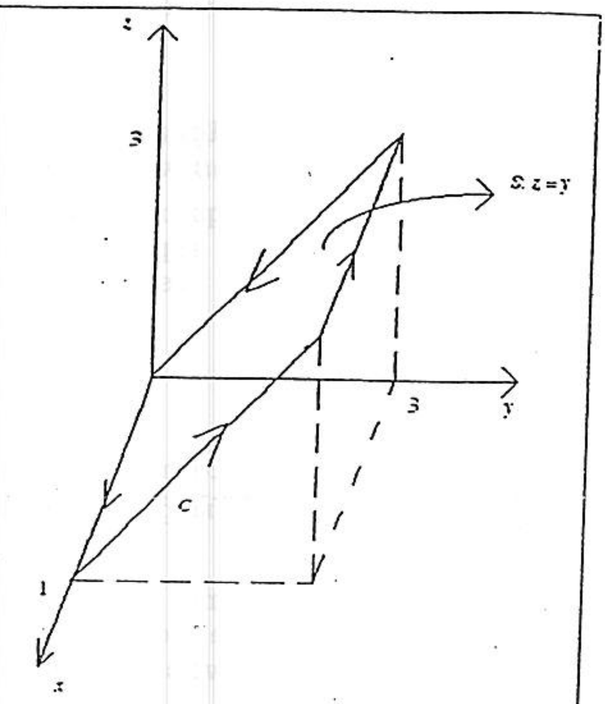
[1] Dar o significado físico do Teorema de Stokes contemplando os conceitos de trabalho e de circulação.

[2] Dado $\vec{F} = 4y\,\bar{i} + x\bar{j} + 2z\,\bar{k}$ encontre a maneira mais simples de calcular o fluxo do $rot\,\vec{F}\left(=\vec{\nabla}\times\vec{F}\right)$ através do hemisfério $x^2+y^2+z^2=a^2$, $z\geq 0$.

R: $-3\,\pi a^2$

[3] Use o Teorema de Stokes para calcular o trabalho realizado pelo campo de forças $\vec{F} = x^2\,\bar{i} + 4xy^3\,\bar{j} + y^2x\,\bar{k}$ ao longo da curva C que limita o retângulo no plano $z=y$, dado pelo gráfico ao lado.

R: 90



[4] Calcule a circulação do campo de velocidade $\vec{v} = 3z\,\bar{i} + 4x\bar{j} + 2y\,\bar{k}$ ao longo da curva C que limita o parabolóide $z = 4 - x^2 - y^2$, $z \geq 0$.

R: $16\,\pi$

[5] "O Teorema de Stokes é uma extensão do Teorema de Green para $3-D$, envolvendo superfície S e suas curvas limites C no lugar de regiões planas R limitadas por curvas C."

Mostre que se $\vec{F}(x,y) = f(x,y)\,\bar{i} + g(x,y)\,\bar{j}$, então $\oint_C f\,dx + g\,dy = \iint_R \left(\frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y}\right) dA$

Que é o Teorema de Green do Cálculo II.

[6] Use o Teorema de Stokes para mostrar que:

[a] Se $\vec{r} = x\,\bar{i} + y\,\bar{j} + z\,\bar{k}$, então $\oint_C \vec{r}\bullet d\vec{r} = 0$
[b] $\oint \vec{\nabla}\varphi \bullet d\vec{r} = 0$

[7] Use o Teorema da Divergência e o Teorema de Stokes para obter a forma diferencial das equações de Maxwell (consulte a tabela de equações de Maxwell do Halliday.)