

Propriedades da Transformada de Fourier

0	Definição	$\mathcal{F}\{f(x)\} = \hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-i\omega x} dx$
0	Transformada Inversa	$\mathcal{F}^{-1}\{\hat{f}(\omega)\} = f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\omega)e^{i\omega x} d\omega$
1	Linearidade	$\mathcal{F}\{af(x) + bg(x)\} = a\hat{f}(\omega) + b\hat{g}(\omega)$
2	Transformada da derivada	$\mathcal{F}\{f'(x)\} = i\omega\hat{f}(\omega)$ $\mathcal{F}\{f''(x)\} = (i\omega)^2\hat{f}(\omega) = -\omega^2\hat{f}(\omega)$
3	Desvio em ω	$\mathcal{F}\{e^{iax}f(x)\} = \hat{f}(\omega - a)$
4	Desvio em x	$\mathcal{F}\{f(x - a)\} = e^{-ia\omega}\hat{f}(\omega)$
5	Teorema da Convolução	$\mathcal{F}\{(f * g)(x)\} = \sqrt{2\pi}\hat{f}(\omega)\hat{g}(\omega), \text{ onde}$ $(f * g)(x) := \int_{-\infty}^{+\infty} f(y)g(x - y) dy = (g * f)(x)$

Algumas Transformadas

	$f(x) = \mathcal{F}^{-1}(\hat{f})$	$\hat{f}(\omega) = \mathcal{F}(f)$
1	$1, \quad \text{se } -b < x < b$ $0, \quad \text{caso contrário}$	$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\text{sen}(b\omega)}{\omega}$
2	$e^{-b x } \quad (b > 0)$	$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{b}{\omega^2 + b^2}$
3	$e^{-ax^2} \quad (a > 0)$	$\frac{1}{\sqrt{2a}} e^{-\omega^2/4a}$

Propriedades de Funções Complexas

1	Equações de Cauchy–Riemann	$f = u + iv, \quad u_x = v_y, \quad u_y = -v_x$
2	Série da Exponencial	$e^z = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!}$
3	Valor principal do logaritmo natural	$\text{Ln } z = \ln z + i \text{Arg } z, \quad \text{Arg } z \in (-\pi, \pi]$
4	Integral Complexa	<p>C parametrizada por $\{z(t), t \in [a, b]\}$</p> $\int_C f(z) dz \stackrel{\text{def}}{=} \int_a^b f(z(t)) z'(t) dt$
5	Fórmula Integral de Cauchy	$\oint_C \frac{f(z)}{z - z_0} dz = 2\pi i f(z_0)$ $\oint_C \frac{f(z)}{(z - z_0)^{n+1}} dz = \frac{2\pi i}{n!} f^{(n)}(z_0), \quad n = 1, 2, 3, \dots$
6	Resíduo de um pólo de ordem k	$\text{Res}_{z=z_0} f(z) = \lim_{z \rightarrow z_0} \left[\frac{1}{(k-1)!} \left((z - z_0)^k f(z) \right)^{(k-1)} \right]$
7	Teorema dos Resíduos	<p>z_1, z_2, \dots, z_m singularidades na região delimitada por C</p> $\oint_C f(z) dz = 2\pi i \sum_{n=1}^m \text{Res}_{z=z_n} f(z)$