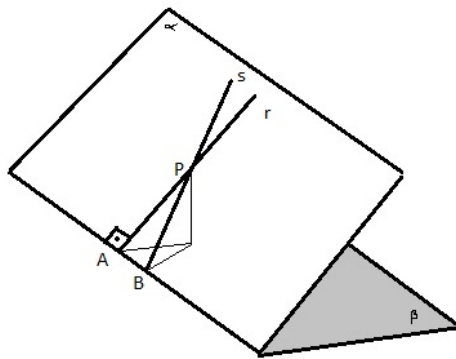


Abaixo, algumas dicas para estudo:

- Entender a diferença entre postulados, definições e teoremas.
- Quais as técnicas de demonstração que utilizamos? Como provar a existência de objetos? Como provar a unicidade?
- Escreva todos os postulados que vimos até agora.
- Escreva todas as definições.
- Escreva todos os resultados (propriedades, proposições, teoremas, etc.).
- Não adianta memorizar uma demonstração, mas no momento que sabemos a *ideia* da demonstração, é mais fácil de reconstruir a prova. Vejamos um exemplo com o exercício visto em aula.

Exercício. Sejam dois planos α e β oblíquos. Suponha que $t = \alpha \cap \beta$. Qual a reta de α que possui maior declive com relação a β ? Demonstre sua afirmação.



Construção. Parece que uma reta r , perpendicular a interseção t , satisfaz o que queremos (é uma reta de α que faz o maior ângulo com β).

Ideia da prova. Considerar outra reta qualquer $s \subset \alpha$ e ver que forma ângulo menor com β . Isso pode ser feito analisando os triângulos retângulos da figura. Casos diferentes do da figura são triviais ou decorrem deste.

Prova. Basta considerar $r \perp t$. Seja $r \subset \alpha$, $r \perp t$. Afirmamos que, dada qualquer outra reta $s \subset \alpha$, temos que $\widehat{r\beta} > \widehat{s\beta}$. De fato,

1. se s é paralela a r , temos que também $s \perp t$ e $\widehat{r\beta} = \widehat{s\beta}$.
2. se s é paralela a t , nada há para provar, pois o ângulo $\widehat{s\beta}$ é nulo.
3. se s e t são concorrentes e $r \cap t \neq s \cap t$, seja A o ponto de interseção de r e t , ou seja, $\{A\} = r \cap t$. Se s não contém o ponto A , estamos na situação da Figura acima. Seja B o ponto de interseção de s e t e seja P o ponto de interseção de r e s . Seja $P' = \text{proj}_\beta P$. Como $\overline{PA} \perp t$, temos $\overline{PA} < \overline{PB}$. Assim, temos

$$\left. \begin{array}{l} \overline{PA} < \overline{PB} \\ \overline{PP'} \text{ lado em comum} \\ \widehat{PP'A} \equiv \widehat{PP'B} = \text{reto} \end{array} \right\} \implies \widehat{PAP'} > \widehat{PBP'}$$

como queríamos.

4. o caso que s e t são concorrentes e $r \cap t = s \cap t = \{A\}$ decorre do anterior, pois qualquer reta $s' // s$ satisfaz $\widehat{s\beta} \equiv \widehat{s'\beta}$.