Lista 4 – Prof. Diego Marcon

Métodos Aplicados de Matemática I

26 de Junho de 2017

Lista de exercícios referente ao restante da primeira área da nossa disciplina:

- Exponencial de matrizes
- Transformadas de Laplace
- Deslocamentos em s e t
- Funções de Heaviside e δ de Dirac
- Método operacional na resolução de EDO's
- Modelagem e sistemas
- Coeficientes não constantes

1 Exercícios do livro do Zill

- **Seção 7.1:** 1, 3, 5, 9, 11, 13, 15, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 33, 35, 37, 39, 49, 53, 55.
- **Seção 7.2:** 1, 3, 5, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 43.
- **Seção 7.3:** 1, 3, 5, 9, 11, 15, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 37, 41, 43, 45, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 57, 59, 61, 67, 69.
- **Seção 7.4:** 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 19, 21, 25, 27, 31, 33, 37, 39, 41, 49, 50, 51, 52, 53.
- **Seção 7.5:** todos os ímpares.
- **Seção 7.6:** 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 19.

2 Mais 1

É possível que alguns exercícios sejam muito parecidos ou repetidos com os do Zill.

Exercício 2.1. Use a propriedade de linearidade e a tabela para encontrar a Transformada de Laplace das seguintes funções (a, b, ω e θ são constantes):

(a) $3t+4$

(b) t^2+at+b

(c) $(a+bt)^2$

(d) $\cos(\omega t+\theta)$

(e) $\big(\operatorname{senh}(at)\big)^2$

(f) $\cos^2 t$ $\Big($Sugestão: utilize a fórmula trigonométrica $\cos^2 t = \dfrac{1+\cos(2t)}{2}\Big)$

Exercício 2.2. Vimos que a transformada de Laplace $\mathcal{L}$ é um operador linear. Explique o que isto significa. Por que esta propriedade é importante?

Exercício 2.3. Utilizando que a transformada de Laplace $\mathcal{L}$ é linear, prove que a transformada inversa $\mathcal{L}^{-1}$ também é um operador linear. Em outras palavras, justifique que é válida a igualdade:

$\mathcal{L}^{-1}\{aF(s)+bG(s)\} = a\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}+b\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\},$ para quaisquer a, b constantes e F, G funções de s.

Exercício 2.4. Use a tabela para encontrar a Transformada Inversa das funções $F(s)$ abaixo:

(a) $\dfrac{5}{s+3}$

(b) $\dfrac{1}{s^2+25}$

(c) $\dfrac{s}{s^2+2}$

(d) $\dfrac{6s}{s^2-16}$

(e) $\dfrac{s-4}{s^2+4}$

(f) $\dfrac{1}{s^4}$

(g) $\dfrac{s+1}{s^2+1}$

(h) $\dfrac{a}{s}+\dfrac{b}{s^2}+\dfrac{c}{s^3}$ $\quad(a, b$ e c constantes$)$

(i) $\dfrac{\omega\cos\theta}{s^2+\omega^2}+\dfrac{s\,\mathrm{sen}\,\theta}{s^2+\omega^2}$ $\quad(\omega$ e θ constantes$)$

Exercício 2.5. Justifique que a função $f(t) = e^{t^2}$ não possui uma transformada de Laplace.

RESPOSTAS.

1a. $\dfrac{k}{s}\left(1-e^{-cs}\right)$

1b. $\dfrac{k}{s}e^{-cs}\left(1-e^{-bs}\right)$

1c. $-\dfrac{k}{s}\left(\dfrac{c}{s}e^{-cs}+\dfrac{1}{s^2}\left(e^{-cs}-1\right)\right)$

2a. $\dfrac{3}{s^2}+\dfrac{4}{s}$

2b. $\dfrac{2}{s^3}+\dfrac{a}{s^2}+\dfrac{b}{s}$

2c. $\dfrac{a^2}{s}+\dfrac{2ab}{s^2}+\dfrac{2b^2}{s^3}$

2d. $\dfrac{s\cos\theta-\omega\,\mathrm{sen}\,\theta}{s^2+\omega^2}$

2e. $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{s}{s^2-4a^2}-\dfrac{1}{s}\right)$

2f. $\dfrac{1}{2s}+\dfrac{s}{2s^2+8}$

5a. $5e^{-3t}$

5b. $\dfrac{\mathrm{sen}(5t)}{5}$

5c. $\cos\left(t\sqrt{2}\right)$

5d. $6\cosh(4t)$

5e. $\cos(2t)-2\,\mathrm{sen}(2t)$

5f. $t^3/6$

5g. $\cos t-\mathrm{sen}\,t$

5h. $a+bt+c\dfrac{t^2}{2}$

5i. $\mathrm{sen}(\omega t+\theta)$

3 Mais 2

Exercício 3.1. Use o método da transformada de Laplace para resolver os seguintes problemas de valor inicial:

(a) $\begin{cases} y''+2y'+y=e^{-t}, \\ y(0)=-1, y'(0)=1. \end{cases}$

(b) $\begin{cases} y''+2y=2\cos(t), \\ y(0)=3, y'(0)=4. \end{cases}$

(c) $\begin{cases} y''+7y'+12y=21e^{3t}, \\ y(0)=3,5 \text{ e } y'(0)=-10. \end{cases}$

Exercício 3.2. Utilize o Teorema de Deslocamento no Eixo s para encontrar a transformada de Laplace de:

(a) t^2e^{3t}

(b) $e^{-2t}\operatorname{sen} 4t$

(c) $e^{4t}\cosh(5t)$

(d) $e^{-2t}\big(3\cos(6t) - 5\operatorname{sen}(6t)\big)$

Exercício 3.3. Encontre a transformada inversa das funções $F(s)$ abaixo:

(a) $\dfrac{n\pi}{(s+2)^2 + n^2\pi^2}$

(b) $\dfrac{s}{(s+3)^2+1}$

(c) $\dfrac{6s-4}{s^2-4s+20}$

(d) $\dfrac{4s+12}{s^2+8s+16}$

Exercício 3.4. Justifique que:

(a) $\mathcal{L}\{\cosh(at)\operatorname{sen}(at)\} = \dfrac{a(s^2+2a^2)}{s^4+4a^4}$

(b) $\mathcal{L}\{\operatorname{senh}(at)\cos(at)\} = \dfrac{a(s^2-2a^2)}{s^4+4a^4}$

(c) $\mathcal{L}\{\operatorname{senh}(at)\operatorname{sen}(at)\} = \dfrac{2a^2s}{s^4+4a^4}$

A partir destas, mostre que

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^4+4a^4}\right\} = \frac{1}{4a^3}\big[\cosh(at)\operatorname{sen}(at) - \operatorname{senh}(at)\cos(at)\big].$$

Sugestão: Para mostrar (a), (b) e (c), utilize que

$$\cosh(at) = \frac{e^{at}+e^{-at}}{2} \quad \text{e} \quad \operatorname{senh}(at) = \frac{e^{at}-e^{-at}}{2}.$$

Exercício 3.5. Usando a transformada da integral, calcule $f(t)$, sabendo que $\mathcal{L}(f)$ é igual a:

(a) $\dfrac{5}{s^3-5s}$

(b) $\dfrac{10}{s^3-\pi s^2}$

(c) $\dfrac{1}{s^4+s^2}$

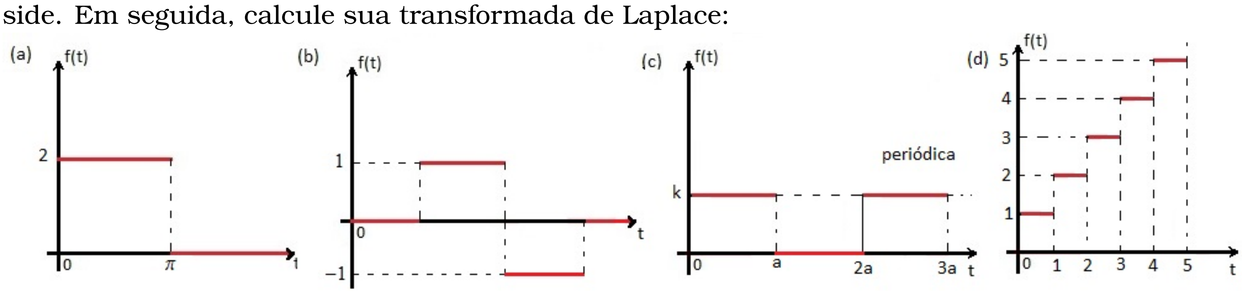
Exercício 3.6. Denotamos por u a função de Heaviside (função degrau unitário). Esboce o gráfico das funções:

(a) $u(t-1) + 2u(t-3) - 6u(t-4)$

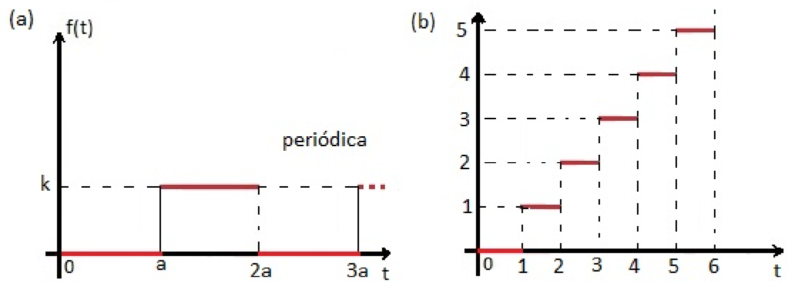
(b) $(t-3)u(t-2) - (t-2)u(t-3)$

(c) $2t\ u(t-2)$

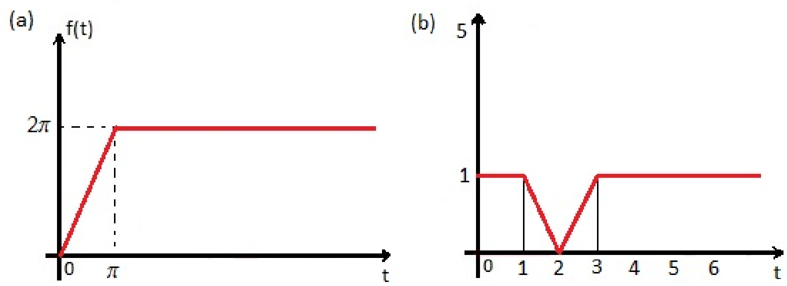
Exercício 3.7. Represente as seguintes funções (analiticamente) em termos da função de Heaviside. Em seguida, calcule sua transformada de Laplace:



Exercício 3.8. Utilizando o exercício anterior e o Teorema de Deslocamento no Eixo t, encontre a transformada de Laplace de:



Exercício 3.9. Utilize o Exercício 3.7 e a transformada da derivada para obter as transformadas de:



Exercício 3.10. Encontre $g(t)$ e faça um esboço de seu gráfico, sendo $\mathcal{L}\{g(t)\}$ igual a:

(a) $\dfrac{2e^{-2s} - 2e^{4s}}{s}$

(b) $\dfrac{e^{-as}}{s^2}$

(c) $\dfrac{se^{-\pi s}}{s^2 + 4}$

(d) $\dfrac{e^{-\pi s}}{s^2 + 2s + 2}$

(e) $\dfrac{e^{-s} + e^{-2s} - 3e^{-3s} + 6e^{-6s}}{s^2}$

Exercício 3.11. Faça o gráfico das seguintes funções e encontre suas transformadas de Laplace:

(a) $(t - \pi)u(t - \pi)$

(b) $t\ u(t - 2)$

(c) $(\operatorname{sen} t)u(t - \pi)$

Exercício 3.12 (Existência da transformada de Laplace). No Exercício 6 da Lista 1, vimos que nem toda função $f(t)$ definida para $t \geq 0$ possui uma transformada de Laplace $\mathcal{L}(f)$. Mostre que se $f : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ é integrável e tem crescimento de ordem exponencial da forma

$$|f(t)| \leq Me^{kt},$$

então a transformada de Laplace $\mathcal{L}(f)$ existe para todo $s \in (0, +\infty)$.

Sugestão: Utilize a definição de $\mathcal{L}$ e mostre que $e^{-st}f(t)$ é integrável com respeito a variável t, quando f é integrável e $s > k$.

RESPOSTAS

2a. $y(t) = e^{-t}\left(\dfrac{1}{2}t^2 - 1\right)$

2b. $y(t) = t \operatorname{sen} t + 3\cos t + 4 \operatorname{sen} t$

2c. $y(t) = \dfrac{e^{3t}}{2} + \dfrac{5e^{-4t}}{2} + \dfrac{e^{-3t}}{2}$

3a. $\dfrac{2}{(s-3)^3}$

3b. $\frac{4}{s^2+4s+20}$

3c. $\frac{s-4}{s^2-8s-9}$

3d. $\frac{3s-24}{s^2+4s+40}$

4a. $e^{-2t}\operatorname{sen}(n\pi t)$

4b. $e^{-3t}(\cos t - 3\operatorname{sen} t)$

4c. $e^{2t}\big(6\cos(4t)+2\operatorname{sen}(4t)\big)$

4d. $4e^{-4t}(1-t)$

6a. $\cosh\left(t\sqrt{5}\right)-1$

6b. $10\frac{e^{\pi t}-\pi t-1}{\pi^2}$

6c. $t-\operatorname{sen} t$

8a. $\frac{2}{s}(1-e^{-\pi s})$

8b. $\frac{1}{s}(e^{-s}-2e^{-2s}+e^{-3s})$

8c. $\frac{k}{s}\cdot\frac{1}{1+e^{-as}}$

8d. $\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{1-e^{-s}}$

9a. $\frac{ke^{-as}}{s}\cdot\frac{1}{1+e^{-as}}$

9b. $\frac{e^{-s}}{s}\cdot\frac{1}{1-e^{-s}}$

10a. $\frac{2}{s^2}(1-e^{-\pi s})$

10b. $\frac{1}{s}-\frac{1}{s^2}(e^{-s}-2e^{-2s}+e^{-3s})$

11a. $2\big(u(t-2)-u(t-4)\big)$

11b. $(t-a)u(t-a)$

11c. $\cos\big(2(t-\pi)\big)(t-\pi)$

11d. $e^{-(t-\pi)}\operatorname{sen}(t-\pi)u(t-\pi)$

11e. $(t-1)u(t-1)+(t-2)u(t-2)-3(t-3)u(t-3)+6(t-6)u(t-6)$

12a. $\frac{e^{-\pi s}}{s^2}$

12b. $e^{-2s}\left(\frac{1}{s^2}+\frac{2}{s}\right)$

12c. $-\frac{e^{-\pi s}}{s^2+1}$

4 Mais 3

Encontre a transformada inversa das funções abaixo, utlizando o método que achar mais conveniente/fácil.

(a) $F(s)=\frac{3s+7}{s^2-2s-3}$.

(b) $F(s)=\frac{1}{(s-2)^3}$.

(c) $F(s)=\frac{3s+1}{(s-1)(s^2+1)}$.

(d) $F(s)=\frac{s+12}{s^2+4s}$.

(e) $F(s)=\frac{s-3}{s^2-1}$.

(f) $F(s)=\frac{3s}{s^2+2s-8}$.

(g) $F(s)=\frac{3s^2-2s-1}{(s-3)(s^2+1)}$.

(h) $F(s)=\frac{s+1}{s^2+4s+13}$.

(i) $F(s)=\frac{s^2+s-2}{(s+1)^3}$.

(j) $F(s)=\frac{2s^3+10s^2+8s+40}{s^2(s^2+9)}$.

(k) $F(s)=\frac{2s^2-4}{(s+1)(s-2)(s-3)}$.

(l) $F(s)=\frac{1}{(s^2+4)(s^2+1)}$.

RESPOSTAS

(a) $f(t)=4e^{3t}-e^{-t}$

(b) $f(t) = \dfrac{1}{2}t^2 e^{2t}$

(c) $f(t) = 2e^t - 2\cos t + \operatorname{sen} t$

(d) $f(t) = 3 - 2e^{-4t}$

(e) $f(t) = \cosh t - 3 \operatorname{senh} t$

(f) $f(t) = 2e^{-4t} + e^{2t}$

(g) $f(t) = 2e^{3t} + \cos t + \operatorname{sen} t$

(h) $f(t) = e^{-2t}\left[\cos(3t) - \dfrac{1}{3}\operatorname{sen}(3t)\right]$

(i) $f(t) = e^{-t}(1 - t - t^2)$

(j) $f(t) = 2\cos(3t) + \dfrac{10}{3}\operatorname{sen}(3t) + \dfrac{8}{9}\big[1 - \cos(3t)\big] + \dfrac{40}{27}\big[3t - \operatorname{sen}(3t)\big]$

(k) $f(t) = -\dfrac{1}{6}e^{-t} - \dfrac{4}{3}e^{2t} + \dfrac{7}{2}e^{3t}$

(l) $f(t) = \dfrac{1}{3}\left[\operatorname{sen} t - \dfrac{1}{2}\operatorname{sen}(2t)\right]$

5 Mais 4

Exercício 5.1. Um capacitor de capacitância C é carregado até que seu potencial seja ν_0. Em $t = 0$, a chave do circuito da Figura 1 abaixo é fechada e o capacitor começa a descarregar através do resistor de resistência R. Use o método da transformada de Laplace para encontrar a carga $q(t)$ no capacitor.

Exercício 5.2. Dado o circuito LC da Figura 2, encontre a corrente $i(t)$ e faça seu gráfico, assumindo $L = 1$ *henry*, $C = 1$ *farad*, corrente inicial nula, carga inicial no capacitor nula e $\nu(t) = u(t) - u(t-a)$.

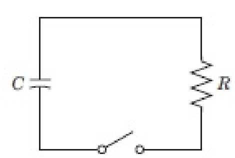


Figura 1: Exercício 5.1

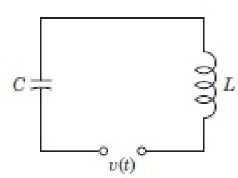


Figura 2: Exercício 5.2

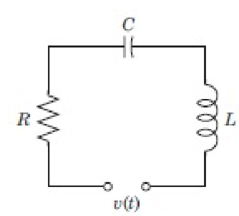


Figura 3: Exercício 5.3

Exercício 5.3. Dado o circuito RLC da Figura 3 acima, encontre a corrente $i(t)$, assumindo que a corrente e a carga iniciais sejam nulas e que $R = 2\ \Omega$, $L = 1\ H$, $C = 1/2\ F$ e

$$v(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } t \in (0,2) \\ 0, & \text{se } t > 2 \end{cases}$$

Exercício 5.4. Dada a equação do movimento de um oscilador harmônico simples (OHS)

$$-ky(t) - \beta y'(t) + f_{\text{ext}} = my''(t), \tag{1}$$

calcule a resposta $y(t)$ deste oscilador sujeito a forças externas f_{ext} do tipo dado abaixo. Considere $m = 1$, $k = 2$, $\beta = 3$, $y(0) = 0$ e $y'(0) = 0$.

(a) $f_{\text{ext}}(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } t \in [1,2] \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

(b) $f_{\text{ext}}(t) = \delta(t-1)$

Exercício 5.5. Considere um OHS não amortecido, isto é, $\beta = 0$ na equação diferencial associada (1). Suponha que este oscilador está sujeito a uma força externa dada por $f_{\text{ext}} = F_0 \operatorname{sen}\big(\sqrt{k/m}t\big)$.

(a) Use o método da transformada de Laplace para calcular as oscilações forçadas $y(t)$, sabendo que $y(0) = 0$ e $y'(0) = 0$.

(b) Como se comporta o gráfico destas oscilações? Que fenômeno físico você identifica?

RESPOSTAS

1. $q(t) = C\nu_0 e^{-t/RC}$
2. $i(t) = \operatorname{sen} t - \operatorname{sen}(t-a)u(t-a)$
3. $i(t) = e^{-t}\operatorname{sen} t - u(t-2)e^{2-t}\operatorname{sen}(t-2)$

4a. $y(t) = \dfrac{1}{2}\big[1 - 2e^{1-t} + e^{2-2t}\big]u(t-1) - \dfrac{1}{2}\big[1 - 2e^{2-t} + e^{4-2t}\big]$

4b. $y(t) = \big[e^{1-t} - e^{2-2t}\big]u(t-1)$

5. $\dfrac{F_0}{2k}\big[\operatorname{sen}(\sqrt{k/m}t) - \sqrt{k/m}t\cos(\sqrt{k/m}t)\big]$

6 Mais 5

Exercício 6.1. Encontre por integração:

(a) $1 * 1$

(b) $t * e^t$

(c) $1 * \cos(\omega t)$

(d) $e^{kt} * e^{-kt}$

Exercício 6.2. Achar a solução dos seguintes problemas de valor inicial:

(a) $\begin{cases} y'' + 2y' + 2y = \delta(t-\pi) \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = \delta(t-5) - u(t-10) \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 1/2 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} y'' + y = \delta(t-2\pi) \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 1 \end{cases}$

Exercício 6.3. Por integração, justifique as seguintes propriedades da operação de convolução:

(a) $f * g = g * f$

(b) $(f * g) * h = f * (g * h)$

(c) $f * (g + h) = f * g + f * h$

(d) $(\delta * f)(t) = f(t)$

Cuidado para não confundir as variáveis de integração que aparecerão no item (b).

Exercício 6.4. A equação do movimento de um OHS não amortecido sujeito a oscilações forçadas pode ser escrita como

$$y''(t) + \omega^2 y(t) = r(t), \quad \text{onde } \omega := \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ e } r(t) = \frac{F_{\text{ext}}(t)}{m}.$$

(a) Pelo método da transformada de Laplace, encontre $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$.

(b) Com o auxílio do Teorema da Convolução, encontre $y(t)$ (em termos de $R = \mathcal{L}(r)$).

Exercício 6.5. Use o Teorema da Convolução para calcular

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{(s+1)(s^2+1)}\right).$$

Exercício 6.6. Use o Teorema da Convolução para resolver as seguintes equações integrais:

(a) $y(t) = 1 + \int_0^t y(\tau)\ d\tau$

(b) $y(t) = 1 - \int_0^t y(\tau)(t-\tau)\ d\tau$

(c) $y(t) = te^t - 2e^t \int_0^t e^{-\tau} y(\tau)\ d\tau$

(d) $y(t) = 1 - \operatorname{senh} t + \int_0^t (1+\tau)y(t-\tau)\ d\tau$

RESPOSTAS

1a. t

1b. $e^t - t - 1$

1c. $\frac{1}{\omega}\operatorname{sen}(\omega t)$

1d. $\frac{1}{2k}(e^{kt} - e^{-kt}) = \frac{1}{k}\operatorname{senh}(kt)$

2a. $y(t) = e^{-t}\operatorname{sen} t + e^{\pi}e^{-t}\operatorname{sen}(t-\pi)u(t-\pi) + e^{-t}\cos t = e^{-t}\operatorname{sen} t\big(1 - e^{\pi}u(t-\pi)\big) + e^{-t}\cos t$

2b. $y(t) = \frac{1}{2}(e^{-t} - e^{-2t}) + (e^{5-t} - e^{10-2t})u(t-5) + \frac{1}{2}(1 - 2e^{10-t} + e^{20-2t})u(t-10)$

2c. $y(t) = \operatorname{sen} t + \operatorname{sen}(t-2\pi)u(t-2\pi)$

4a. $F(s) = \frac{sy(0) + y'(0)}{s^2 + w^2} + \frac{R(s)}{s^2 + w^2}$

4b. $y(t) = y(0)\cos(\omega t) + \frac{y'(0)\operatorname{sen}(\omega t)}{\omega} + \frac{\operatorname{sen}(\omega t)}{\omega} * r(t)$

5. $\frac{1}{2}\big[\operatorname{sen} t - \cos t + e^{-t}\big]$

6a. $y(t) = e^t$

6b. $y(t) = \cos t$

6c. $y(t) = \operatorname{senh} t$

6d. $y(t) = \cosh t$

7 Ainda mais

Exercício 7.1. Use a tabela da transformada de Laplace para mostrar que:

(a) $\mathcal{L}\{t^{1/2} + t^{-1/2}\} = \frac{\sqrt{\pi}(2s+1)}{2s^{1/2}}$

(b) $\mathcal{L}\left\{\frac{e^{-2t}}{\sqrt{t}}\right\} = \sqrt{\frac{\pi}{s+2}}$

(c) $\mathcal{L}\left\{\frac{\cos(2\sqrt{t})}{\sqrt{t}}\right\} = e^{-1/s}\sqrt{\frac{\pi}{s}}$

Exercício 7.2. Use o método das séries de potências para mostrar que

$$\mathcal{L}\{\operatorname{sen}\sqrt{t}\} = \frac{\sqrt{\pi}e^{-1/4s}}{2s^{3/2}}.$$

Sugestão: Use que

$$\Gamma\left(n+\frac{3}{2}\right) = \frac{(2n+1)!}{n!2^{2n+1}}\sqrt{\pi}.$$

Exercício 7.3. Usando a derivada da transformada de Laplace, calcule:

(a) $\mathcal{L}\{t\operatorname{senh}(at)\}$

(b) $\mathcal{L}\{t\cosh(at)\}$

Exercício 7.4. Resolva

$$\begin{cases} ty''(t)+2y'(t)+ty(t)=0 \\ y(0)=1, \quad y(\pi)=0 \end{cases}$$

Sugestão: Utilize que $\lim\limits_{s\to+\infty} Y(s)=0$.

Exercício 7.5. Utilize a integral da transformada de Laplace para demonstrar que:

(a) $\mathcal{L}\left\{\frac{\operatorname{senh} t}{t}\right\} = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{s+1}{s-1}\right)$

(b) $\mathcal{L}\left\{\frac{2}{t}\big(1-\cos(\omega t)\big)\right\} = \ln\left(\frac{s^2+\omega^2}{s^2}\right)$

(c) $\mathcal{L}\left\{\frac{2}{t}\big(1-\cosh(\omega t)\big)\right\} = \ln\left(\frac{s^2-\omega^2}{s^2}\right)$

Exercício 7.6. Faça o gráfico de $f(t)$ e calcule $\mathcal{L}\big\{f(t)\big\}$.

(a) f periódica de período $p=4$ e $f(t) = \begin{cases} 3t, & \text{se } t\in(0,2) \\ 6, & \text{se } t\in(2,4) \end{cases}$

(b) f periódica de período $p=2\pi$ e $f(t)=e^t$, para $t\in(0,2\pi)$.

(b) $f(t) = |\operatorname{sen}(\omega t)|$.

Exercício 7.7. Para k constante, encontre a solução de

(a) $\begin{cases} 2y''(t)+8y(t)=kh(t-a) \\ y(0)=10, y'(0)=0 \end{cases}$

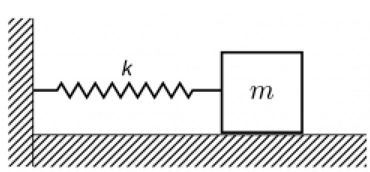
(b) $\begin{cases} 2y''(t)+8y(t)=k\delta(t) \\ y(0)=10, y'(0)=0 \end{cases}$

Exercício 7.8. Encontre

(a) $\mathcal{L}\big\{th(t-1)+t^2\delta(t-1)\big\}$

(b) $\mathcal{L}\big\{(\cos t)(\ln t)\delta(t-1)\big\}$

Exercício 7.9. Considere o OHS não amortecido representado na figura abaixo. Suponha que, em $t=0$, a massa m está em sua posição de equilíbrio. Encontre o deslocamento $x(t)$ para $t>0$, se uma força $F_0\delta(t)$ é aplicada.



RESPOSTAS

3a. $\dfrac{2as}{(s^2-a^2)^2}$

3b. $\dfrac{s^2+9}{(s^2-9)^2}$

4. $y(t) = \dfrac{\operatorname{sen} t}{t}$

6a. $\dfrac{3-3e^{-2s}-6se^{-4s}}{s^2(1-e^{-4s})}$

6b. $\dfrac{e^{2\pi(1-s)}-1}{(1-s)(1-e^{-2\pi s})}$

6c. $\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}\coth\left(\dfrac{\pi s}{2\omega^2}\right)$

7a. $y(t) = 10\cos(2t) + \dfrac{k}{8}\Big(1-\cos\big(2(t-a)\big)\Big)u(t-a)$

7b. $y(t) = 10\cos(2t) + \dfrac{k}{4}\operatorname{sen}(2t)$

8a. $\dfrac{e^{-s}(s^2+s+1)}{s^2}$

8b. $-e^{-\pi s}\ln\pi$

9. $y(t) = \dfrac{F_0}{\sqrt{km}}\operatorname{sen}\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}t\right)$