

Roteiro de questões relevantes na área I:

1) Saber identificar curvas 2D e 3D representadas vetorialmente por funções vetoriais da forma  $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$ .

Lembrar que  $x(t), y(t), z(t)$  são funções de um parâmetro  $t$  que pode ser o tempo na Mecânica ou o ângulo na Geometria. Para estas curvas, definimos os entes geométricos chamados curvatura e a torção, os quais se relacionam com as grandezas cinemáticas. Definimos também um referencial especial chamado de triedro de Frenet-Serret, que facilita a descrição do movimento das partículas.

Exemplos de curvas estudadas:

Circunferência, elipse, parábola, hipérbole, cicloide, espiral de Arquimedes, hélice.

Aplicações: estas curvas podem representar a trajetória de partículas e para elas é importante saber calcular os vetores velocidade e aceleração (definições físicas).

2) Outra categoria de funções vetoriais são os campos vetoriais expressos genericamente por  $\vec{F}(x, y, z)$ .

Exemplos são os campos de forças, de velocidades, os campos elétricos, magnéticos e gravitacionais. Dentre estes, destacamos os conceitos de **campo radial e campo de spin**. O campo radial mais importante é conhecido como lei- inverso- do- quadrado e expressa a lei de Newton da Gravitação Universal e a Lei de Coulomb da Eletrostática de forma unificada. Os campos de spin são aqueles que representam sistemas físicos em movimento de rotação, tais como o campo de velocidades dos fluidos em

rotação. O campo lei- inverso- do- quadrado,  $\vec{F} = \frac{k}{r^2} \hat{r}$ , é um **campo conservativo**, isto é, existe uma

função potencial  $\phi$  associada a ele e tal que  $\vec{F} = \nabla\phi$ . Já os campos de spin são campos não conservativos, isto é, são campos para os quais não existe uma função potencial associada e, portanto, não podem ser expressos com o gradiente de uma função  $\phi$ . Os campos de spins são **campos rotacionais ou de vórtice** (palavras técnicas) e para eles não vale  $\nabla \times \vec{F} = \vec{0}$ .

A matemática das funções vetoriais compreende a Álgebra dos Vetores e o Cálculo Diferencial e Integral. Assim, é preciso saber **calcular o produto vetorial, o produto escalar e o módulo de funções vetoriais** e saber que informações podemos tirar de cada um destes produtos. Da mesma forma é preciso conhecer as regras de derivação, (em especial a regra da cadeia), e de integração só que agora aplicadas às funções vetoriais. Desta combinação entre Cálculo e Álgebra Vetorial resulta um leque de regras que está contido na tabela de Propriedades do operador Del.

3) E aí aparecem os novos entes matemáticos como **gradiente, divergente e rotacional**. E todos têm um significado físico importante conforme vimos acima para o gradiente e o rotacional. Já o conceito de divergente está associado à **equação da continuidade**, que expressa a conservação de massa ou carga em uma região do espaço onde não haja criação ou destruição de massa/carga. É preciso conhecer estes significados. Na parte de integração vetorial temos o importante conceito de **trabalho** (conteúdo da disciplina de Física Geral) que se expressa através de uma integral de linha.

4) Tem que saber calcular integrais de linha (conteúdo da disciplina de Cálculo). Na Análise Vetorial as integrais de linha aparecem também no **teorema de Stokes**, o qual relaciona o trabalho (ou a circulação) com outro conceito importante que é o conceito de **fluxo do rotacional do campo**. É preciso saber o enunciado do teorema de Stokes.

5) A grandeza **fluxo de um campo**  $\vec{F}$  através de uma superfície  $S$  é a **integral de superfície** definida como  $\Phi = \iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} \, dS$ , onde  $\vec{n}$  é o vetor normal à superfície. Este é o conceito realmente novo na disciplina e é preciso desenvolver toda uma técnica para transformar a integral de superfície numa integral dupla, esta já conhecida do Cálculo II. Há um teorema específico para realizar a integração de superfície. Este teorema não tem um nome específico e faz parte da nossa Análise Vetorial.

6) Associado ao conceito de fluxo, temos além do Teorema de Stokes, o **Teorema da Divergência** que calcula o fluxo apenas para superfícies fechadas,  $\Phi = \oiint_S \vec{F} \cdot \vec{n} \, dS = \iiint_V \nabla \cdot \vec{F} \, dV$ , mas que representa uma grande simplificação. Se precisarmos calcular o fluxo através de uma superfície aberta, teremos que usar a definição de fluxo mencionada no item 5) acima.

É importante saber calcular fluxos através de várias formas de superfícies abertas e fechadas. Se a superfície tiver alguma simetria conhecida temos que saber usar o conveniente sistema de coordenadas, conhecimento este que vem das disciplinas de Cálculo.

No fechamento da Análise Vetorial, as Equações de Maxwell do Eletromagnetismo, na sua forma diferencial, sintetizam todo o conteúdo visto.

Nunca é demais repetir que é preciso dominar o conteúdo do Cálculo Diferencial e Integral e da Álgebra dos Vetores para poder se sair bem na área de Análise Vetorial.

Exercícios mais importantes:

1ª lista: n° 9

2ª lista: n° 8; 11; 12

3ª lista: n° 9; 10

4ª lista: 1; 2; 4; 7; 8

5ª lista: 2; 3; 4; 5; 6; 7

6ª lista: 1; 5

7ª lista: 1; 2; 3; 4.