Resolução da 2ª Fase da ORM - Grande Porto Alegre, 2004

20 de janeiro de 2005

Nível 1

Questão 1

- Na primeira fase, cada grupo terá 5 times que jogarão 10 partidas, já que não existe jogo de ida e volta ($5 \times 4 = \frac{20}{2} = 10$). Logo, na primeira fase terá 80 jogos ($8 \times 10 = 80$).
- Na segunda fase, cada grupo terá 4 times que jogarão 6 partidas, já que não existe jogo de ida e volta ($4 \times 3 = \frac{12}{2} = 6$). Logo, na primeira fase terá 24 jogos ($4 \times 6 = 24$).
- Na terceira fase, os 8 times jogarão entre si, sem jogo de ida e volta, tendo no final 28 jogos ($8 \times 7 = \frac{56}{2} = 28$).
- Na última fase, só os dois melhores fazem a final ($2 \times 1 = \frac{2}{2} = 1$).
- Num total de 113 jogos ($80 + 24 + 28 + 1 = 113$) feito em todo o campeonato.
- O campeão deverá jogar: 1ª fase: 4, 2ª fase: 3 , 3ª fase: 7 e última fase: 1. Num total de 15 jogos.

Questão 2

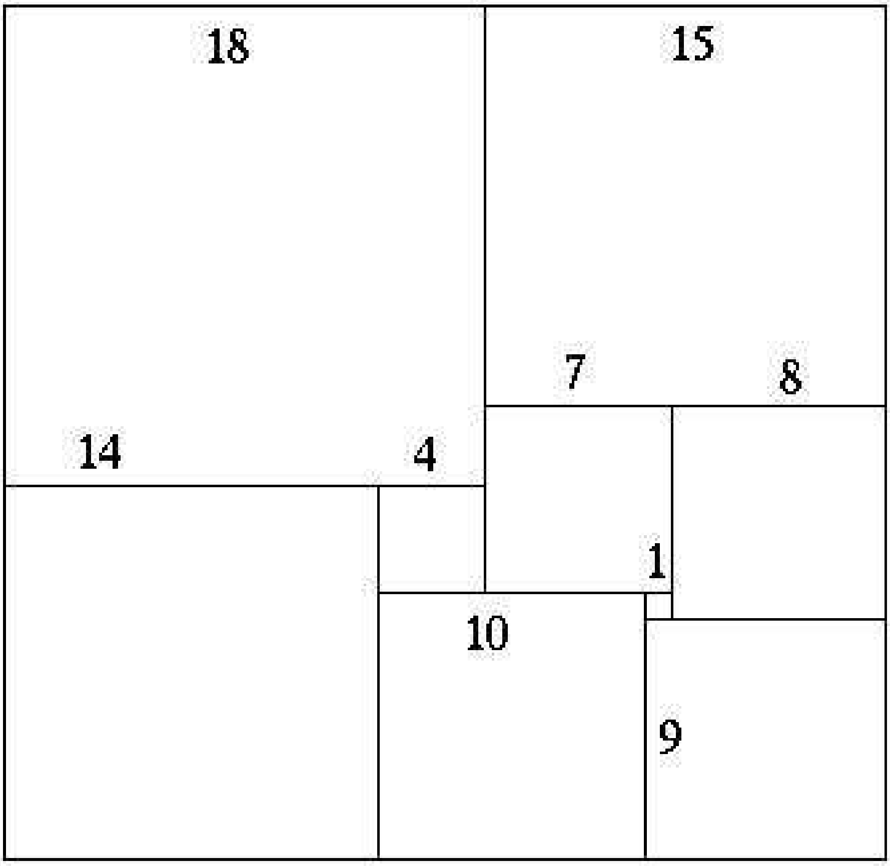
- O primeiro pagador de promessa (A) já percorreu nos dois primeiros dias: $\frac{1}{6} + \frac{3}{7} = \frac{7+18}{42} = \frac{25}{42}$. Falta percorrer no último dia: $\frac{42}{42} - \frac{25}{42} = \frac{17}{42}$.
- O segundo pagador de promessa (B) já percorreu nos dois primeiros dias: $\frac{1}{3} + \frac{5}{14} = \frac{14+15}{42} = \frac{29}{42}$. Falta percorrer no último dia: $\frac{42}{42} - \frac{29}{42} = \frac{13}{42}$.
- O terceiro pagador de promessa (C) já ficou entre os dois primeiros pagadores, isto quer dizer que, ele estará entre $\frac{25}{42}$ e $\frac{29}{42}$. Então a fração já percorrida por ele é de $\frac{27}{42}$. Falta percorrer no último dia: $\frac{42}{42} - \frac{27}{42} = \frac{15}{42}$.
- Logo, a ordem da chegada dos pagadores foi: B, C e A.

Questão 3

- A$[EFGA] = 0,64 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{0,64}{32} = 0,02\, hm^2$.
- Usando a transformação de medidas de superfície encontramos: $20.000\, dm^2$.

Questão 4

- A área do quebra-cabeça é: $1+16+49+64+81+100+196+225+324=1056$. Mas, $1056\ = 2^5\times 3\times 11$ e, além do mais, para caber o quadrado de 18×18 , as dimensões do retângulo devem valer pelo menos 18.
- As dimensões possíveis são: 48×22 , 32×33 ou 24×44.
- Com 32×33 podemos armar o quebra-cabeça, como mostra a seguir.
- Os demais casos são impossíveis, já que se um dos lados for 24 devemos ter 6 para por ao lado 18 e não temos; Se um lado fosse 22 precisaríamos por 4 ao lado do 18 e isso só pode ser feito ao longo de 4 unidades das 18.



Questão 5

- A quetão é saber quantos estudantes mexeram (abrindo ou fechando) no armário de número 1500.
- A lei a ser observada é a seguinte:

Número do aluno	Número dos armários em que o aluno mexe
1	1,2,3,4,5,6,7,8,... = múltiplos de 1
2	2,4,6,8,10,12,14... = múltiplos de 2
3	3,6,9,12,15,18,... = múltiplos de 3
etc.	...

- Sendo assim, para saber quantos estudantes mexeram no armário de número 1500, basta descobrir quantos são os divisores de 1500 (ou de quantos números, entre 1 a 2000, o número 1500 é múltiplo). Como $1500=2^2\times 3\times 5^3$, então 1500 possui $(2+1)(1+1)(3+1)=24$ divisores, a saber , 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 25, 30, 50, 60, 75, 100, 125, 150, 250, 300, 375, 500, 750, 1500. Dessa forma, 24 alunos mexeram no armário e o armário terminou fechado porque 24 é par.