

Um pouco da História dos Logaritmos

Os logaritmos, como instrumento de cálculo, surgiram para realizar simplificações, uma vez que transformam multiplicações e divisões nas operações mais simples de soma e subtração.

Napier foi um dos que impulsionaram fortemente seu desenvolvimento, perto do início do século XVII. Ele é considerado o inventor dos logaritmos, muito embora outros matemáticos da época também tenham trabalhado com ele.

Já antes dos logaritmos, a simplificação das operações era realizada através das conhecidas relações trigonométricas, que relacionam produtos com somas ou subtrações.

O método de Napier baseou-se no fato de que associando aos termos de uma progressão geométrica

$b, b^2, b^3, b^4, b^5, \dots, b^n, \dots$

os termos da progressão aritmética

$1, 2, 3, 4, 5, \dots, n, \dots$

então ao produto de dois termos da primeira progressão, $b^m \cdot b^p$, está associada a soma $m+p$ dos termos correspondentes na segunda progressão.

Considerando, por exemplo,

Considerando, por exemplo,

| | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|----|----|----|-----|-----|-----|------|------|------|------|-------|
| PA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| PG | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 | 2048 | 4096 | 8192 | 16394 |

Para efetuar, por exemplo, 256×32 , basta observar que:

- 256 na segunda linha corresponde a 8 na primeira;

- 32 na segunda linha corresponde a 5 na primeira;
- como $8+5=13$,
- 13 na primeira linha corresponde a 8192 na segunda.

Assim, $256 \times 32 = 8192$ resultado esse que foi encontrado através de uma simples operação de adição.

Enquanto Napier trabalhava com uma progressão geométrica, ao que parece, de forma independente, Bürgi também lidava com o problema dos logaritmos. Juntos elaboraram tábuas de logaritmos mais úteis de modo que o logaritmo de 1 fosse 0 e o logaritmo de 10 fosse uma potência conveniente de 10, nascendo assim os logaritmos *briggsianos* ou comuns, ou seja, os logaritmos dos dias de hoje.

Durante anos ensinou-se a calcular com logaritmos na escola média ou no início dos cursos superiores de matemática; também por muitos anos a régua de cálculo logarítmica foi o símbolo do estudante de engenharia do campus universitário.

Hoje, porém, com o advento das espantosas e cada vez mais baratas e rápidas calculadoras, ninguém mais usa uma tábua de logaritmos ou uma régua de cálculo para fins computacionais. O ensino dos logaritmos, como um instrumento de cálculo, está desaparecendo das escolas, os famosos construtores de réguas de cálculo de precisão estão desativando sua produção e célebres manuais de tábuas matemáticas estudam a possibilidade de abandonar as tábuas de logaritmos. Os produtos da grande invenção de Napier tornaram-se peças de museu.

A função logarítmica, porém, nunca morrerá. A principal dessas razões é de natureza teórica. Embora eles tenham sido inventados como acessório para facilitar operações aritméticas, o desenvolvimento da matemática e das ciências em geral veio mostrar que diversas leis matemáticas e vários fenômenos naturais e mesmo sociais são estreitamente relacionados com os

logaritmos. Assim sendo, os logaritmos, que no princípio eram importantes apenas por causa das tábuas, mostraram ter apreciável valor intrínseco.

Definição: Chamamos de logaritmo de a, na base b, ao número c, tal que:

$$\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$$

Onde:

a = logaritmando

b = base

c = logaritmo

Uma observação importante sobre o estudo dos logaritmos diz respeito ao seu domínio ou campo de existência. Só existem logaritmos de números positivos, com bases também positivas e diferentes de 1. Ou seja, para calcular o logaritmo de a, na base b, é necessário que $a > 0$, $b > 0$ e $b \neq 1$.

Desta forma, podemos afirmar que:

$$\log_2 32 = 5, \text{ pois } 2^5 = 32$$

$$\log_3 81 = 4, \text{ pois } 3^4 = 81$$

$$\log_{10} 0,1 = -1, \text{ pois } 10^{-1} = 0,1$$

LOGARITMOS ESPECIAIS

1) O logaritmo da unidade, em qualquer base, é nulo, ou seja:

$$\log_b 1 = 0 \text{ pois } b^0 = 1$$

2) O logaritmo de um valor, na mesma base, é sempre igual a 1, ou seja:

$$\log_b b = 1 \text{ pois } b^1 = b$$

3) O logaritmo de uma potência, cuja base seja igual à base do logaritmo, será igual ao expoente da potência.

$$\log_b b^k = k \text{ pois } b^k = b^k$$

4) Se $\log M = \log N$ então podemos concluir que $M = N$.

Esta propriedade é muito utilizada na solução de exercícios envolvendo equações onde aparecem logaritmos (equações logarítmicas).

5) b elevado ao logaritmo de M na base b é igual a M

$$b^{\log_b M} = M$$

BASES ESPECIAIS

Entre as bases de logaritmos, duas se destacam, tanto pela sua aplicabilidade prática, quanto pela sua importância no trato com logaritmos. Estas duas bases são a base dez e a base e.

Base dez:

Quando um logaritmo apresenta a base dez, dizemos que se trata de um logaritmo decimal. A base dez, por convenção, não precisa ser escrita. Veja os exemplos:

$$\log_{10} 100 = \log 100 = 2$$

$$\log_{10} 5 = \log 5$$

$$\log_{10} \left(\frac{1}{3}\right) = \log \left(\frac{1}{3}\right)$$

Base e:

O número e, é conhecido como número de Euler, é irracional e vale aproximadamente 2,718...

Quando um logaritmo possui base e , ele é chamado de logaritmo neperiano, e representado por \ln . Deste modo:

$$\log_e 2 = \ln 2$$

$$\log_e \left(\frac{1}{7}\right) = \ln \left(\frac{1}{7}\right)$$

$$\log_e \sqrt[3]{5} = \ln \sqrt[3]{5}$$

PROPRIEDADES

LOGARITMO DO PRODUTO:

$$\log_b (M \cdot N) = \log_b M + \log_b N$$

LOGARITMO DO QUOCIENTE:

$$\log_b \left(\frac{M}{N}\right) = \log_b M - \log_b N$$

LOGARITMO DA POTÊNCIA:

$$\log_b M^N = N \cdot \log_b M$$

Este texto foi baseado no site:

http://ecalculo.if.usp.br/funcoes/logaritmica/historia/hist_log.htm