

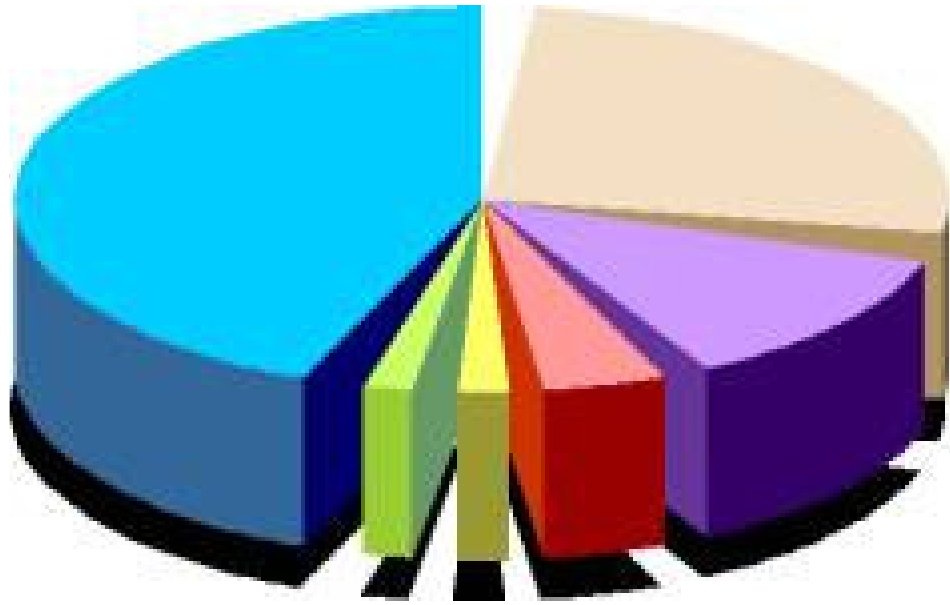
Estatística Descritiva 2

Prof. Lorí Viali, Dr.

viali@ufrgs.br

<http://www.ufrgs.br/~viali/>





Tratamiento de grandes conjuntos de datos



Grande Conjuntos de Dados

- + Organização;
- + Resumo;
- + Apresentação.

**Amostra
ou
População**



Dados não organizados



Dados Brutos

Variável qualitativa



Defeitos em uma linha de produção

Lascado	Menor
Desenho	Maior
Torto	Lascado
Desenho	Esmalte
Torto	Esmalte
Lascado	Lascado
Torto	Desenho
Maior	Menor
Menor	Maior
Desenho	Torto
.....



Dados organizados em uma distribuição de freqüências

* Variável qualitativa *



Distribuição de frequências

Defeito	Frequência	%
Desenho	71	14,20
Esmalte	95	19,00
Lascado	97	19,40
Maior	70	14,00
Menor	83	16,60
Torto	57	11,40
Trincado	27	5,40
TOTAL	500	100



Frequências (Tipos)



Apresentação

**F
R
E
Q
Ü
Ê
N
C
I
A
S**

SIMPLES

Absoluta

Relativa

Decimal

Percentual

ACUMULADAS

Absoluta

Relativa

Decimal

Percentual



Frequências: representação

Valores	f_i	F_i	fr_i	fr_i	Fr_i
0	60	60	0,30	30	30
1	50	110	0,25	25	55
2	40	150	0,20	20	75
3	30	180	0,15	15	90
4	10	190	0,05	5	95
5	6	196	0,03	3	98
6	4	200	0,02	2	100
TOTAL	200	—	1,00	100	—



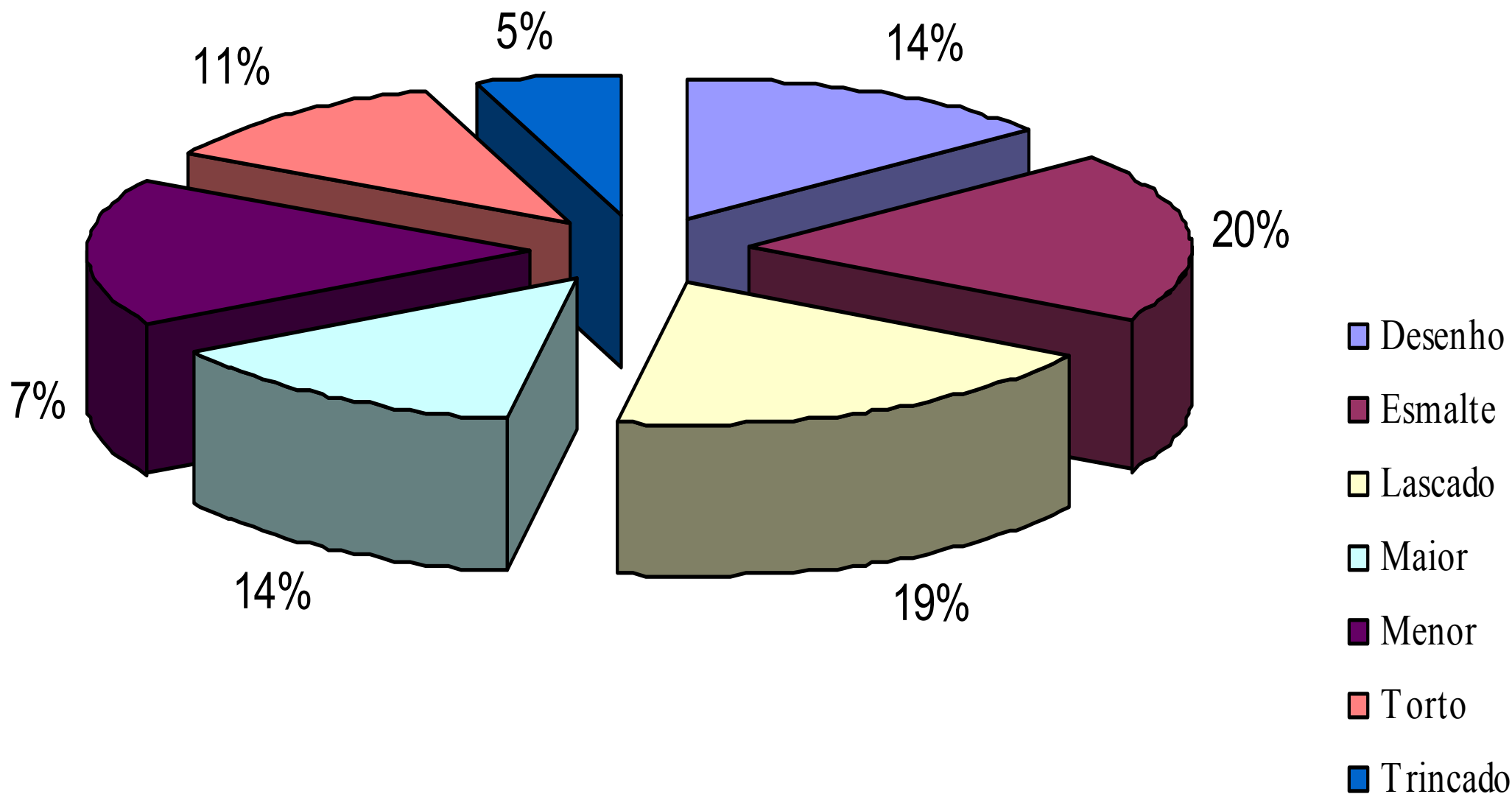
Representação gráfica

Diagrama de torta

ou pizza (Pie Chart)



Defeitos em uma linha de produção



Dados Brutos

Variável discreta



Número de irmãos dos alunos da turma G – Pro. & Estatística - UFRGS - 2004/01

0	1	1	6	3	1	3	1	1	0
4	5	1	1	1	0	2	2	4	1
3	1	2	1	1	1	1	5	5	6
4	1	1	0	2	1	4	3	2	2
1	0	2	1	1	2	3	0	1	0



Distribuição de frequências por ponto ou valores



Distribuição de frequências por ponto ou valores da variável:
“Número de irmãos dos alunos da turma G” da disciplina:
Probabilidade e Estatística UFRGS
- 2004/01.



N^o de irmãos

N^o de alunos

0

7

1

21

2

8

3

5

4

4

5

3

6

2

Σ

50



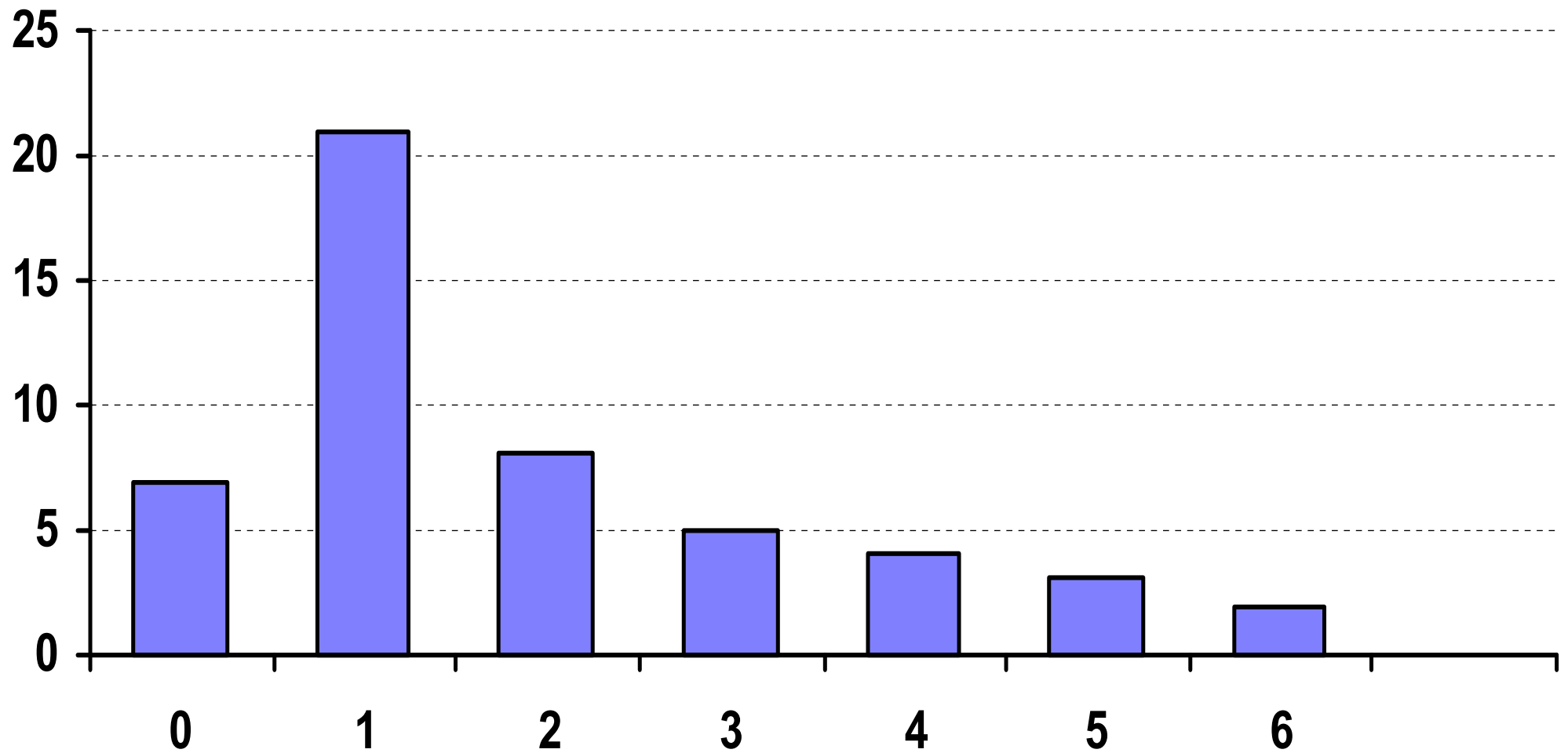
Representação gráfica

* Diagrama de colunas simples *



Diagrama de colunas simples da
variável: **Número de irmãos dos
alunos da turma G** Disciplina:
Probabilidade e Estatística,
UFRGS - 2004/01





Resumo de uma Distribuição de freqüências por ponto ou valores



Medidas de tendência ou posição central



A média Aritmética

Neste caso, a média é dada por:

$$\bar{X} = \frac{f_1 x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{n}$$



Exemplo

x_i	f_i	$f_i x_i$
0	7	0
1	21	21
2	8	16
3	5	15
4	4	16
5	3	15
6	2	12
Σ	50	95



A média será, então:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{n} = \frac{95}{50} = 1,90 \text{ irmãos}$$



A Mediana

Como $n = 50$ é par, tem-se:

$$\begin{aligned} m_e &= \frac{X_{n/2} + X_{(n/2)+1}}{2} = \frac{X_{50/2} + X_{(50/2)+1}}{2} = \\ &= \frac{X_{25} + X_{26}}{2} = \frac{1+1}{2} = 1 \text{ irmão} \end{aligned}$$



Exemplo

x_i	f_i	F_i
0	7	7
1	21	28
2	8	36
3	5	41
4	4	45
5	3	48
6	2	50
Σ	50	—

Total de dados
 $n = 50$
(par)

Metade dos dados
 $n/2 = 25$



A Moda

m_0 = valor(es) que mais se repete(m)



Exemplo

x_i	f_i
0	7
1	21
2	8
3	5
4	4
5	3
6	2
Σ	50

Pois ele se
repete mais
vezes



Medidas de dispersão ou variabilidade



A Amplitude

$$h = X_{\text{máx}} - X_{\text{mín}}$$

$$h = 6 - 0 = 6 \text{ irmãos}$$



O Desvio Médio

Neste caso, o dma será dado por:

$$\begin{aligned} \text{dma} &= \frac{f_1|x_1 - \bar{x}| + f_2|x_2 - \bar{x}| + \dots + f_k|x_k - \bar{x}|}{f_1 + f_2 + \dots + f_k} = \\ &= \frac{\sum f_i \cdot |x_i - \bar{x}|}{n} \end{aligned}$$



Exemplo

x_i	f_i	$f_i x_i - \bar{x} $
0	7	$7 \cdot 0 - 1,90 = 13,30$
1	21	$21 \cdot 1 - 1,90 = 18,90$
2	8	$8 \cdot 2 - 1,90 = 0,80$
3	5	$5 \cdot 3 - 1,90 = 5,50$
4	4	$4 \cdot 4 - 1,90 = 8,40$
5	3	$3 \cdot 5 - 1,90 = 9,30$
6	2	$2 \cdot 6 - 1,90 = 8,20$
Σ	50	64,40



O dma será, então:

$$\text{dma} = \frac{\sum f_i \cdot |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{64,40}{50} = 1,29 \text{ irmãos}$$



A Variância

Neste caso, a variância será:

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{f_1(x_1 - \bar{x})^2 + f_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(x_k - \bar{x})^2}{n} = \\ &= \frac{\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \end{aligned}$$



Exemplo

x_i	f_i	$f_i x_i^2$
0	7	$0^2 \cdot 7 = 0$
1	21	$1^2 \cdot 21 = 21$
2	8	$2^2 \cdot 8 = 32$
3	5	$3^2 \cdot 5 = 45$
4	4	$4^2 \cdot 4 = 64$
5	3	$5^2 \cdot 3 = 75$
6	2	$6^2 \cdot 2 = 72$
Σ	50	299



A variância será, então:

$$s^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{299}{50} - 1,90^2 = 2,3700 \text{ irmãos}^2$$



O Desvio Padrão

O desvio padrão será dado por:

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{2,3700} =$$
$$= 1,5395 \cong 1,54 \text{ irmãos}$$



O Coeficiente de Variação

Dividindo a média pelo desvio padrão, tem-se o coeficiente de variação:

$$g = \frac{1,539480}{1,90} = 81,03 \%$$



Dados Brutos

Variável contínua



**Idade (em meses) dos alunos
da turma G da disciplina:
Probabilidade e Estatística
UFRGS - 2004/01**



276 245 345 240 270 310 368

334 268 288 336 299 236 239 355 330

287 344 300 244 303 248 251 265 246

240 320 308 299 312 324 289 320 264

252 298 315 255 274 264 263 230 303

369 247 266 275 281 230 234



Distribuição de frequências por classes ou intervalos



Distribuição por classes ou intervalos da variável “idade dos alunos da turma G” da disciplina: Probabilidade e Estatística da UFRGS - 2004/01



Idades	Número de alunos
230 --- 250	12
250 --- 270	9
270 --- 290	8
290 --- 310	7
310 --- 330	6
330 --- 350	5
350 --- 370	3
Total	50



Representação gráfica

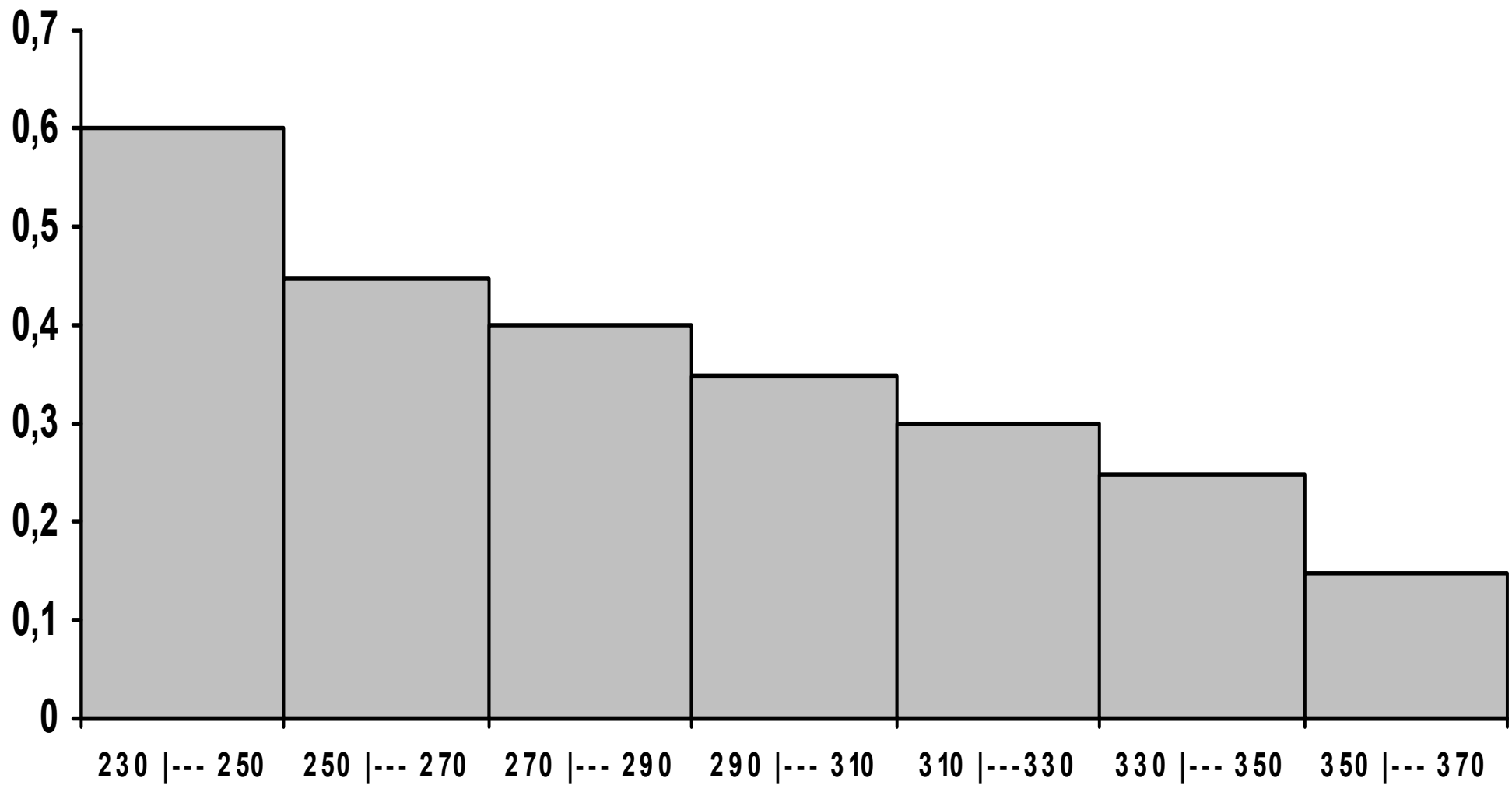
* Histograma *



Histograma de frequências da
variável “**Idade dos alunos da turma
G**” de Probabilidade e Estatística
da UFRGS - 2004/01



■ f_i / h_i



Medidas



Antes de apresentar as medidas,
i. é, representantes do conjunto, é
necessário estabelecer uma notação
para alguns elementos da
distribuição.



Simbologia



\mathbf{x}_i = ponto médio da classe;

\mathbf{f}_i = frequência simples da classe;

\mathbf{li}_i = limite inferior da classe;

\mathbf{ls}_i = limite superior da classe;

\mathbf{h}_i = amplitude da classe.



O Ponto Médio da Classe

x_i	f_i	x_i
230 --- 250	12	240
250 --- 270	9	260
270 --- 290	8	280
290 --- 310	7	300
310 --- 330	6	320
330 --- 350	5	340
350 --- 370	3	360
Σ	50	—



Medidas de tendência ou posição central



A Média da Distribuição

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$
240	12	2880
260	9	2340
280	8	2240
300	7	2100
320	6	1920
340	5	1700
360	3	1080
Σ	50	14260



Exemplo

A média será:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{n} = \frac{14260}{50} = 285,20 \text{ meses}$$



A Mediana

Neste caso, utilizam-se as frequências acumuladas para identificar a classe mediana, i. é, a que contém o(s) valor(es) central(is).



Exemplo

x_i	f_i	F_i
230 --- 250	12	12
250 --- 270	9	21
270 --- 290	8	29
290 --- 310	7	36
310 --- 330	6	42
330 --- 350	5	47
350 ---	3	50
Σ	50	—

Total de dados
 $n = 50$
(par)

Metade dos dados
 $n/2 = 25$



Portanto, a classe mediana é a terceira. Assim $i = 3$. A mediana será obtida através da seguinte expressão:



$$m_e = li_i + h_i \left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \right] = 270 + 20 \left[\frac{\frac{50}{2} - 21}{8} \right] =$$
$$= 270 + 20 \left[\frac{\frac{50}{2} - 21}{8} \right] = 270 + 20 \frac{4}{8} = 280 \text{ meses}$$



A Moda

Neste caso é preciso inicialmente apontar a classe modal, i. é, a de maior frequência. Neste exemplo é a primeira com $f_i = 12$. Assim $i = 1$.



Exemplo

i	x_i	f_i
1	230 --- 250	12
2	250 --- 270	9
3	270 --- 290	8
4	290 --- 310	7
5	310 --- 330	6
6	330 --- 350	5
7	350 --- 370	3
—	Σ	50

Classe
modal, pois
 $f_i = 12$.



Portanto a moda poderá ser obtida através de uma das seguintes expressões:



Critério de King:

$$m_o = l_i + h_i \left[\frac{f_{i+1}}{f_{i-1} + f_{i+1}} \right] = 230 + 20 \cdot \left[\frac{9}{0 + 9} \right] =$$
$$= 230 + 20 \cdot \left[\frac{9}{9} \right] = 250 \text{ meses}$$



Critério de Czuber:

$$\begin{aligned}m_o &= li_i + h_i \left[\frac{f_i - f_{i-1}}{2 \cdot f_i - (f_{i-1} + f_{i+1})} \right] = \\&= 230 + 20 \cdot \left[\frac{12 - 0}{2 \cdot 12 - (0 + 9)} \right] = \\&= 230 + 20 \cdot \left[\frac{12}{24 - 9} \right] = \\&= 230 + 16 = 246 \text{ meses}\end{aligned}$$



Medidas de dispersão ou variabilidade



A Amplitude

$$h = X_{\text{máx}} - X_{\text{mín}}$$

$$h = 370 - 230 = 140 \text{ meses}$$



O Desvio Médio Absoluto

Neste caso, o dma será dado por:

$$\begin{aligned} \text{dma} &= \frac{f_1|x_1 - \bar{x}| + f_2|x_2 - \bar{x}| + \dots + f_k|x_k - \bar{x}|}{f_1 + f_2 + \dots + f_k} = \\ &= \frac{\sum f_i \cdot |x_i - \bar{x}|}{n} \end{aligned}$$



Exemplo

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i - \bar{X} $
240	12	$12 \cdot 240 - 285,20 = 542,40$
260	9	$9 \cdot 260 - 285,20 = 226,80$
280	8	$8 \cdot 280 - 285,20 = 41,60$
300	7	$7 \cdot 300 - 285,20 = 103,60$
320	6	$6 \cdot 320 - 285,20 = 208,80$
340	5	$5 \cdot 340 - 285,20 = 274,00$
360	3	$3 \cdot 360 - 285,20 = 224,40$
Σ	50	1621,60



O dma será, então:

$$\text{dma} = \frac{\sum f_i \cdot |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{1621,60}{50} = 32,43 \text{ meses}$$



A Variância

Neste caso, a variância será:

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{f_1(x_1 - \bar{x})^2 + f_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(x_k - \bar{x})^2}{n} = \\ &= \frac{\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \end{aligned}$$



Exemplo

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i^2$
240	12	$12 \cdot 240^2 = 691200$
260	9	$9 \cdot 246^2 = 608400$
280	8	$8 \cdot 280^2 = 627200$
300	7	$7 \cdot 300^2 = 630000$
320	6	$6 \cdot 320^2 = 614400$
340	5	$5 \cdot 340^2 = 578000$
360	3	$3 \cdot 360^2 = 388800$
Σ	50	4 138 000



A variância será, então:

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \\ &= \frac{4138000}{50} - 285,20^2 = \\ &= 1420,96 \quad \text{meses}^2 \end{aligned}$$



O Desvio Padrão

O desvio padrão será dado por:

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{1420,96} =$$
$$= 37,6956 \cong 37,70 \text{ meses}$$



O Coeficiente de Variação

Dividindo o desvio padrão pela média, tem-se o coeficiente de variação:

$$g = \frac{37,695623}{285,20} = 13,22\%$$





Medidas de Assimetria (Distorção)

Skewness



Primeiro Coeficiente (de Pearson)

$$\mathbf{a_1} = (\text{Média} - \text{Moda}) / \text{Desvio Padrão}$$

Segundo Coeficiente (de Pearson)

$$\mathbf{a_2} = 3.(\text{Média} - \text{Mediana}) / \text{Desvio Padrão}$$



Coeficiente Quartílico

$$\text{CQA} = [(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)] / (Q_3 - Q_1)$$

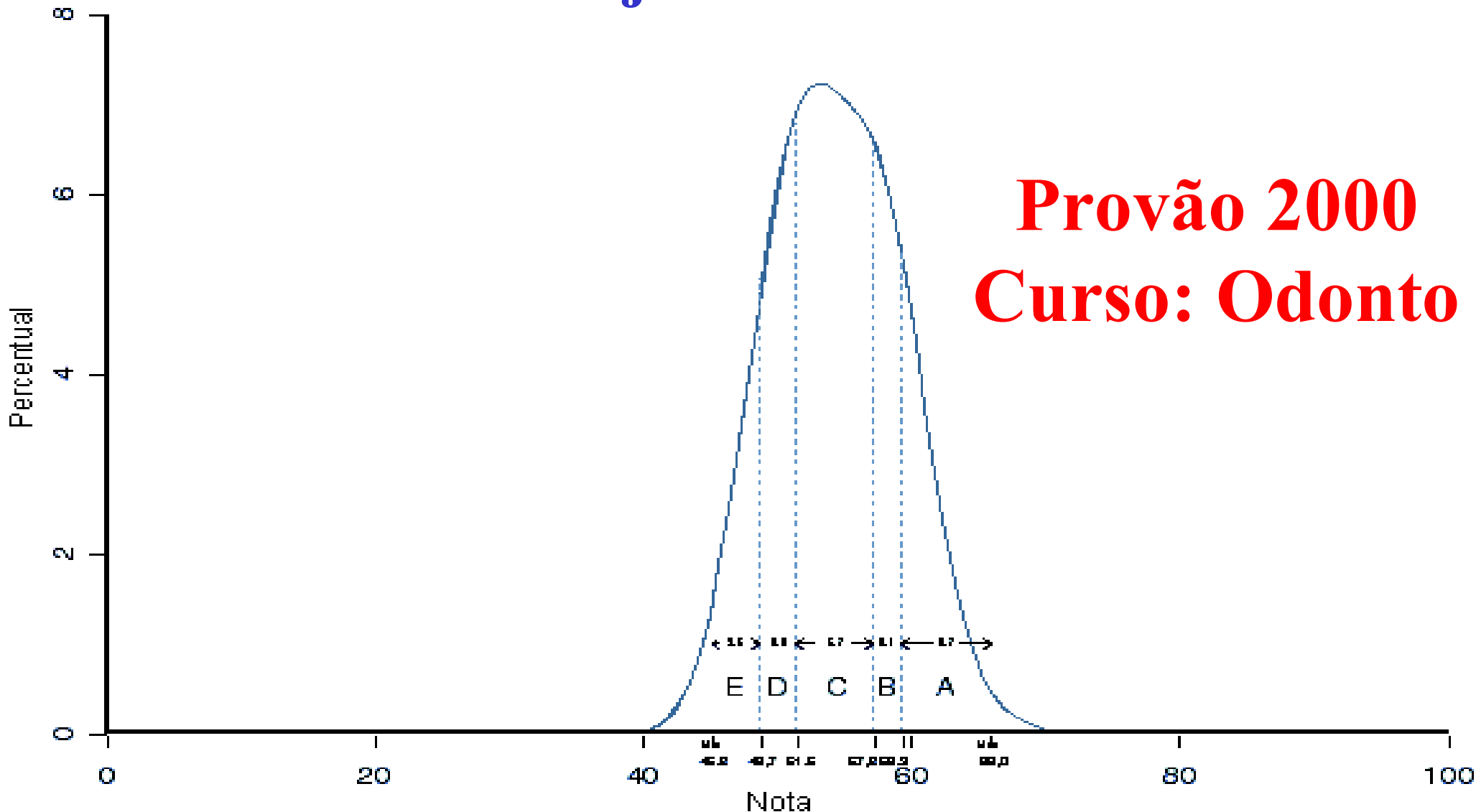
Coeficiente do Momento

$$a_3 = m_3/s^3, \text{ onde } m_3 = \Sigma(X - \bar{X})^3/n$$



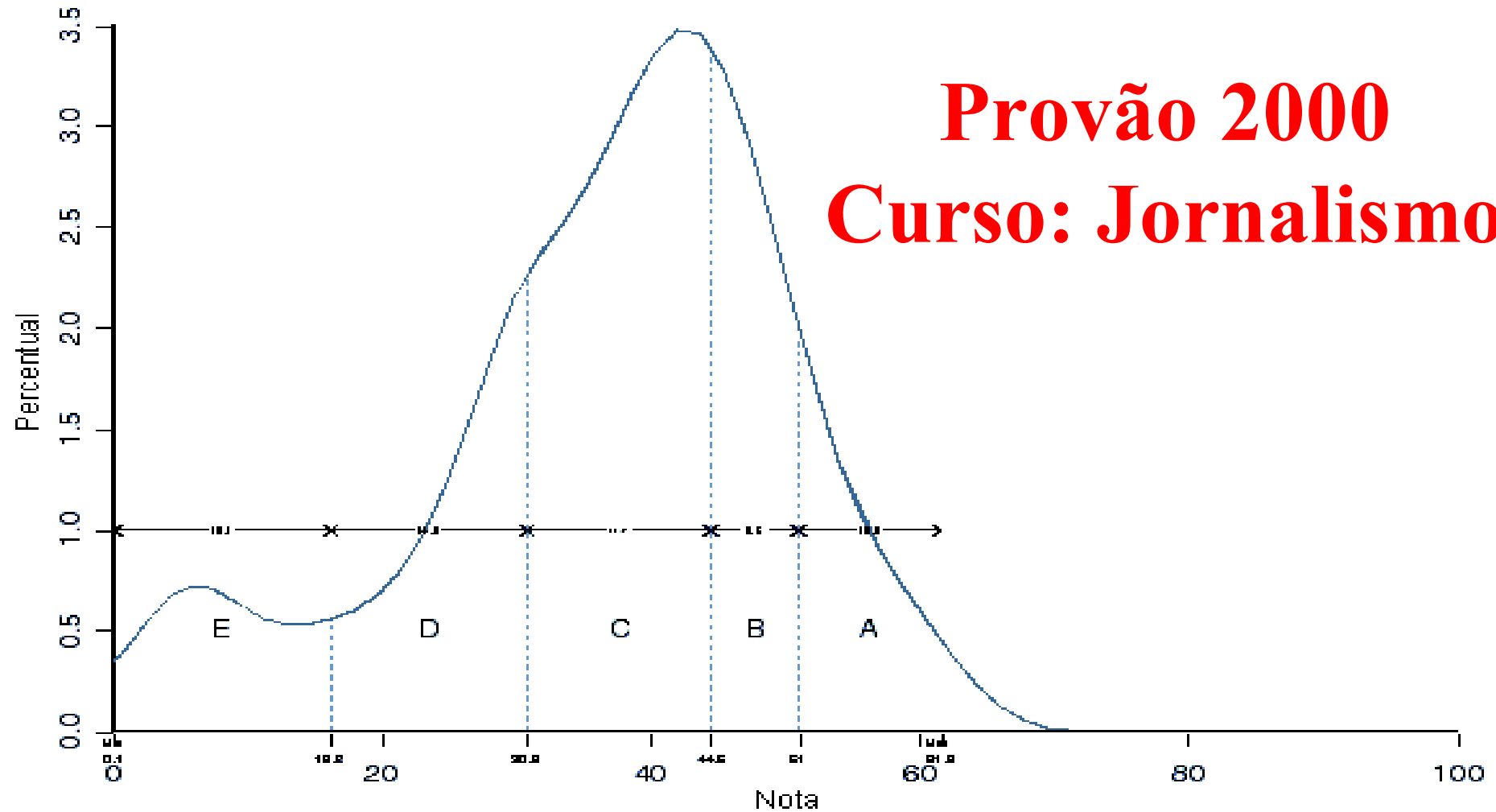
Coeficiente = 0

Conjunto Simétrico



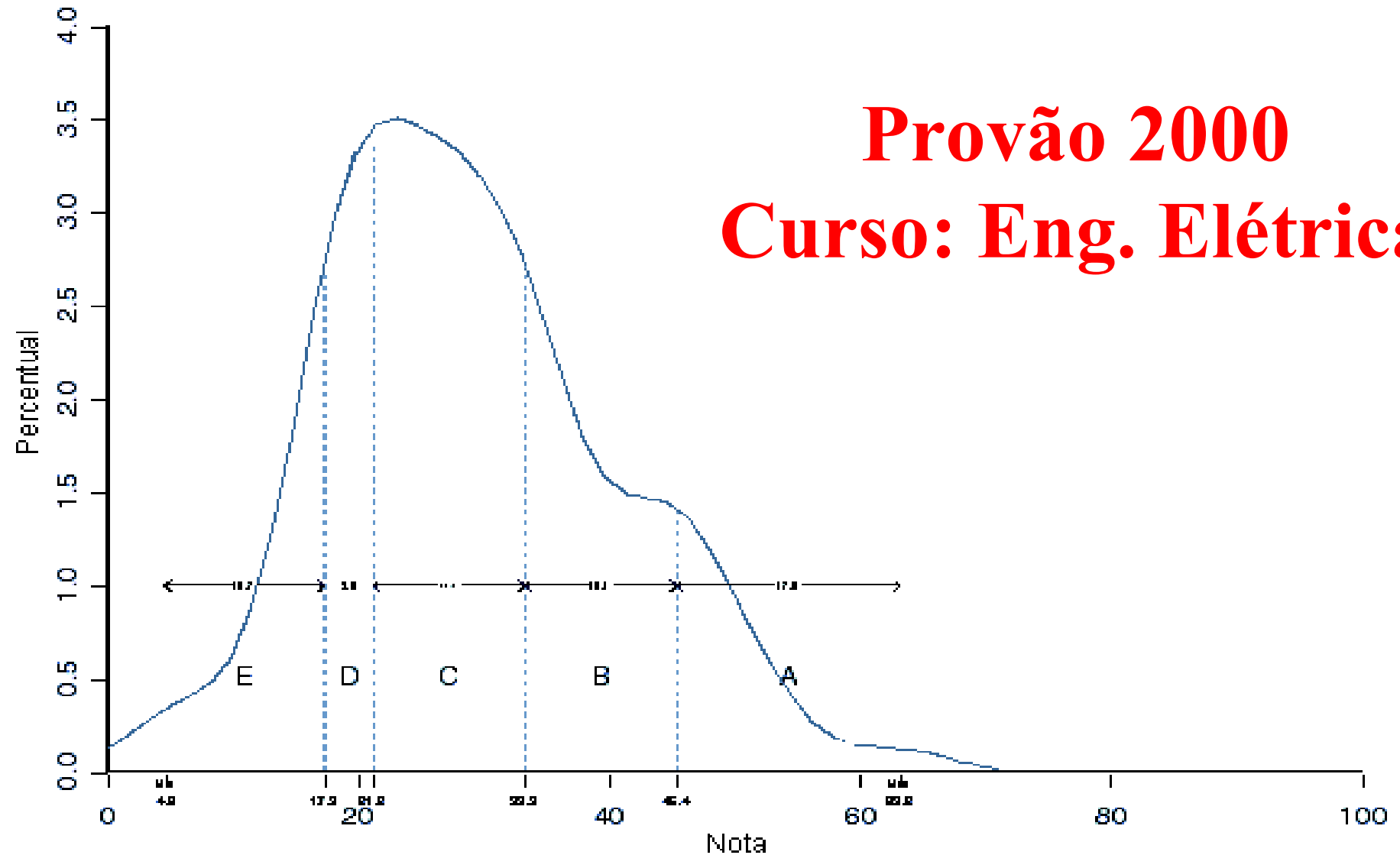
Coeficiente < 0

Conjunto: Negativamente Assimétrico



Coeficiente > 0

Conjunto: Positivamente Assimétrico





Medidas de Achatamento ou Curtose *(Kurtosis)*



Coeficiente de Curtose (momentos)

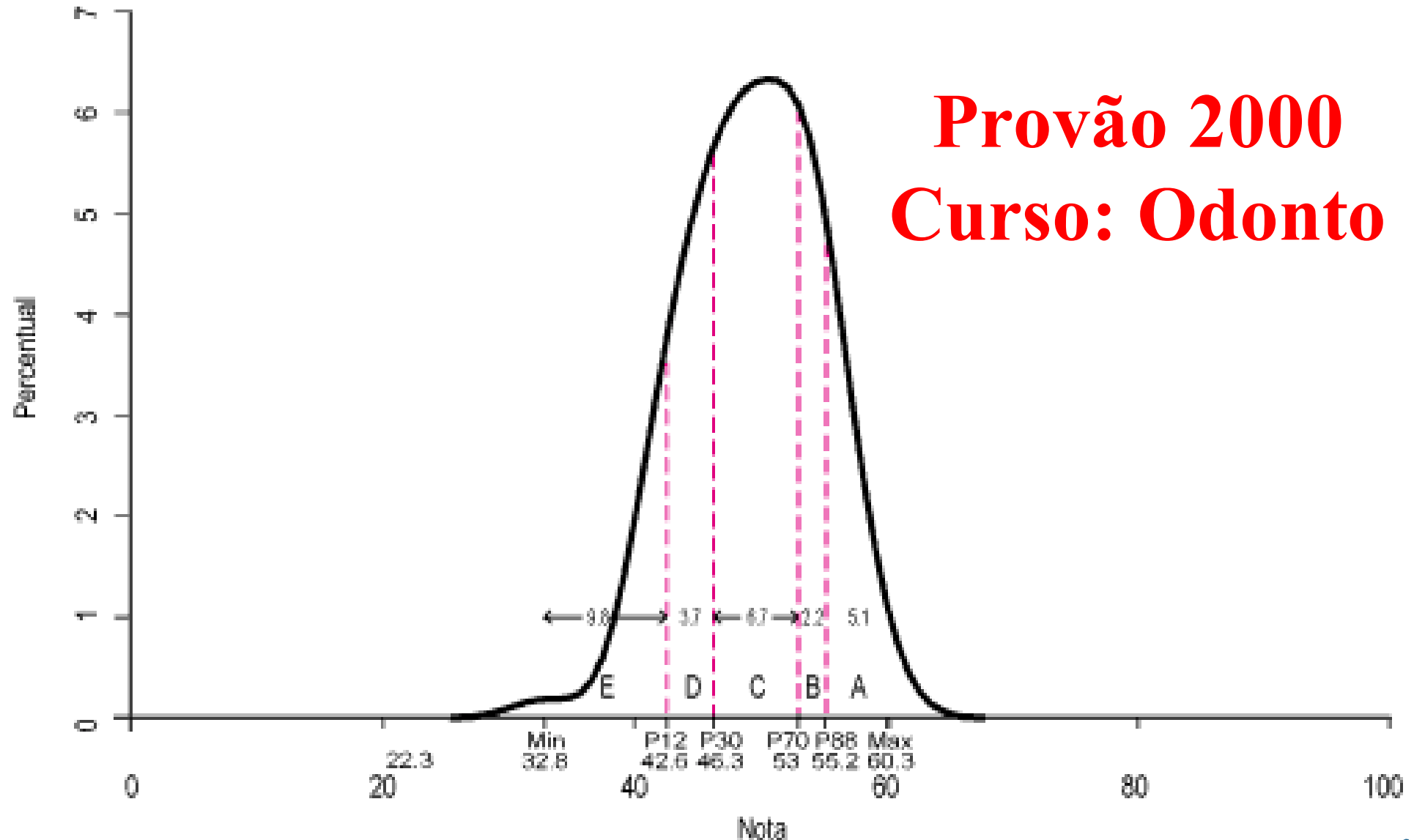
$$\mathbf{a}_4 = m_4/s^4, \text{ onde } m_4 = \Sigma(X - \bar{X})^4/n$$



Coeficiente = 3 ou 0

Conjunto: Mesocúrtico

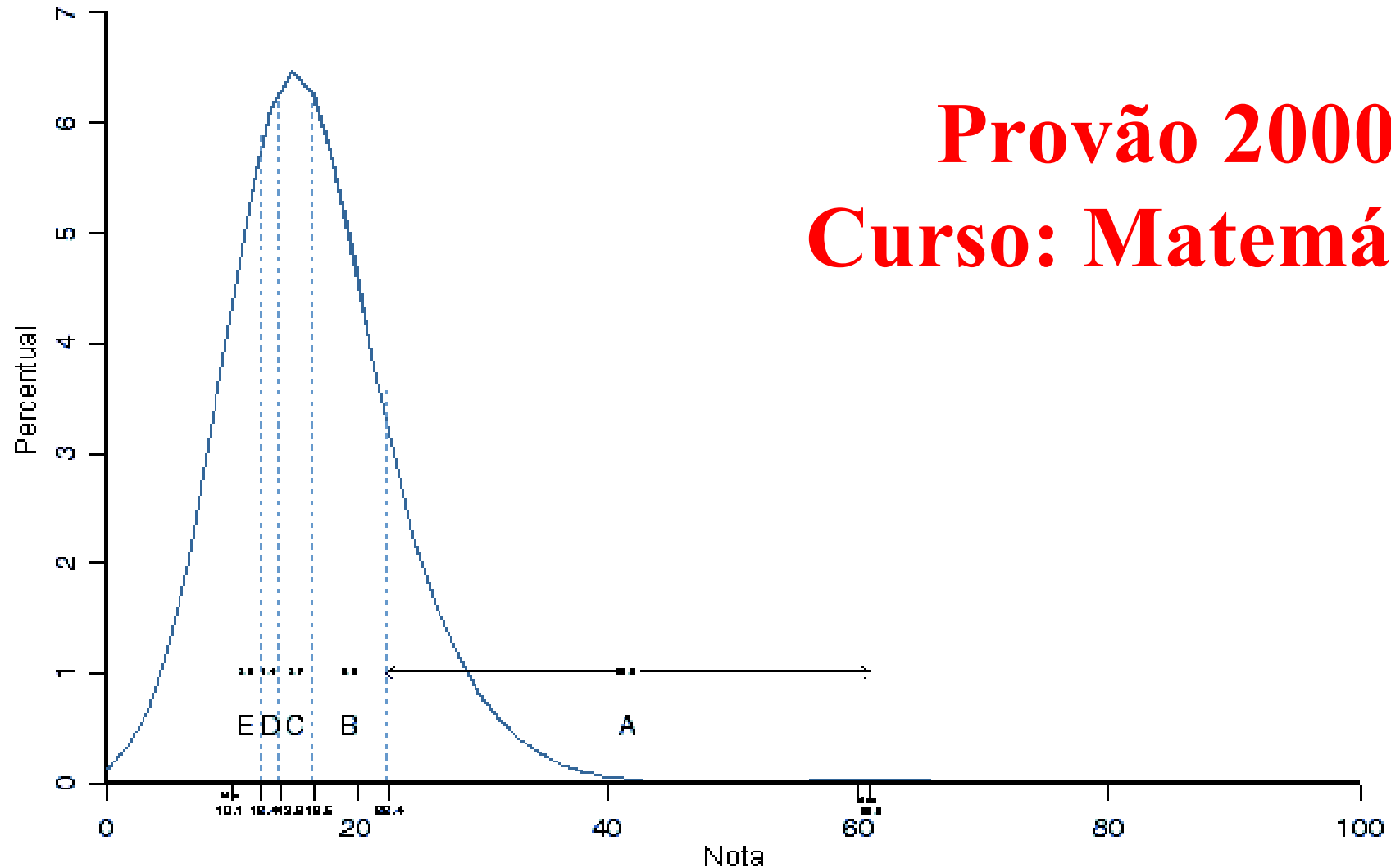
Provão 2000
Curso: Odonto



Coeficiente > 3 ou (> 0)

Conjunto: Leptocúrtico

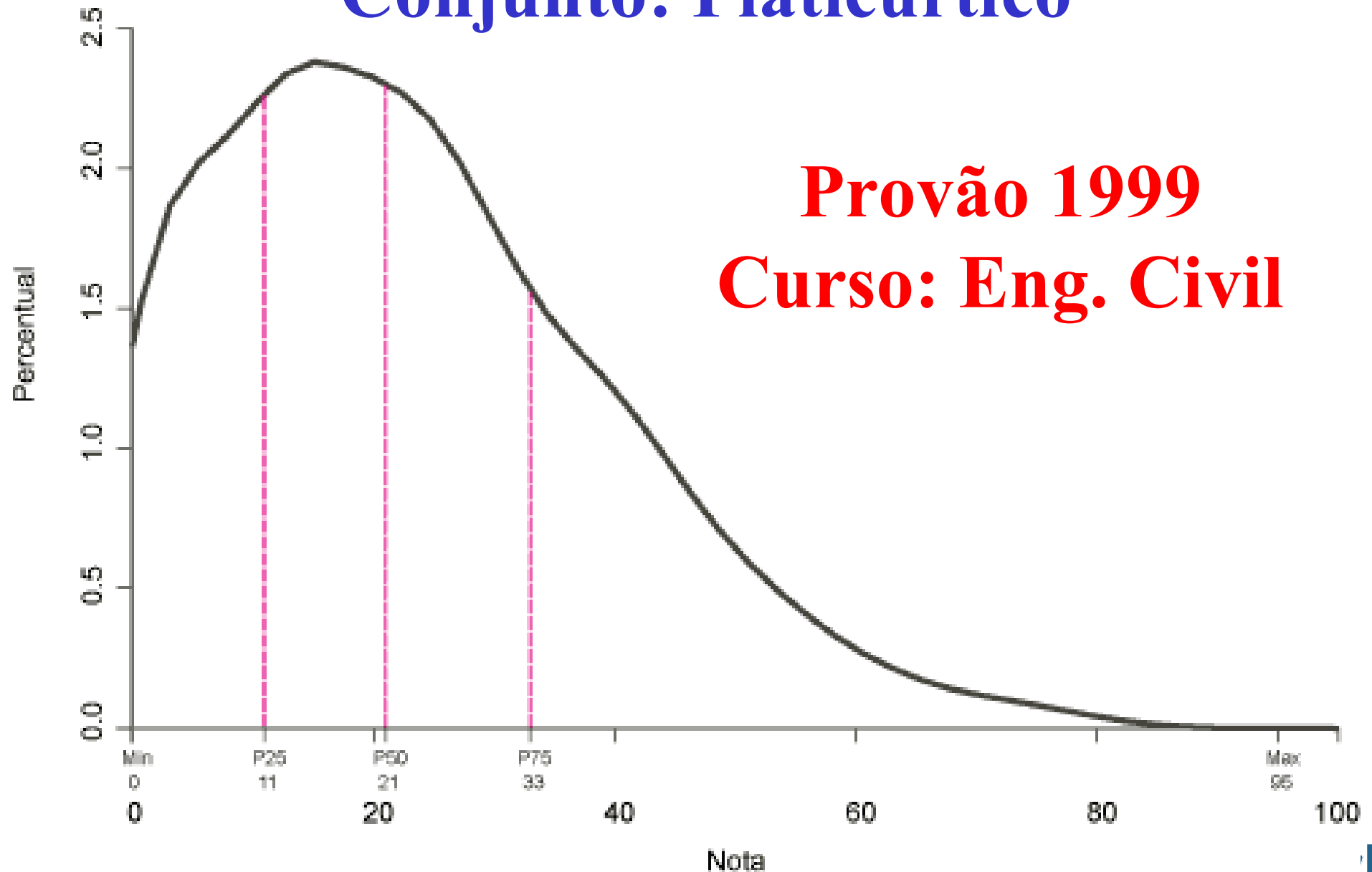
Provão 2000
Curso: Matemática



Coeficiente < 3 ou (< 0)

Conjunto: Platicúrtico

Provão 1999
Curso: Eng. Civil



Propriedades das Medidas



Se $y = ax + b$

Então:

$$\bar{y} = a\bar{x} + b$$

$$s_y^2 = a^2 s_x^2$$

$$s_y = |a| s_x$$

