UMA ABORDAGEM DOS TESTES NÃO-PARAMÉTRICOS COM UTILIZAÇÃO DO EXCEL

Arthur Alexandre Hackbarth Neto, Esp.
FURB – Universidade Regional de Blumenau

Carlos Efrain Stein, Ms.
FURB – Universidade Regional de Blumenau

1 Introdução

Os testes estatísticos são fundamentalmente utilizados em pesquisas que tem como objetivo comparar condições experimentais. Existe uma série de testes estatísticos que podem auxiliar as pesquisas. Os testes estatísticos fornecem um respaldo científico às pesquisas para que estas tenham validade e tenham aceitabilidade no meio científico. Os testes podem ser divididos em paramétricos e não-paramétricos.

Conforme Callegari-Jacques (2003), nos testes paramétricos os valores da variável estudada devem ter distribuição normal ou aproximação normal. Já os testes não-paramétricos, também chamados por testes de distribuição livre, não têm exigências quanto ao conhecimento da distribuição da variável na população.

O interesse pelo estudo do presente trabalho deve-se ao crescente desenvolvimento das ciências. Verifica-se o emprego cada vez mais acentuado dos testes não-paramétricos em análise estatística em pesquisas seja, sobretudo, na área das Ciências Sociais, nas Ciências Administrativas ensejando pesquisas de Marketing. Nas Ciências da Saúde especialmente na Psicologia e Psiquiatria objetivando o estudo do comportamento humano e outros.

A Estatística não-paramétrica representa um conjunto de ferramentas de uso mais apropriado em pesquisas onde não se conhece bem a distribuição da população e seus parâmetros. Esse eventual desconhecimento da população reforça o estudo e a importância da análise de pesquisas através dos testes não-paramétricos.

Neste trabalho optou-se pela planilha do Excel para o desenvolvimento dos principais testes não-paramétricos propiciando uma ótima analise e interpretação dos dados. O Excel é um software conhecido pela maioria dos pesquisadores e de fácil acesso. Cada teste foi desenvolvido em uma planilha atendendo a uma classificação segundo nível de mensuração, número de amostras e relacionamento entre os grupos, conforme quadro de classificação encontrado em Siegel (1975).

Existem vários softwares estatísticos tais como: Statistica, Statgraphics, SPSS, Minitab, SAS, SPHINX, WINKS, entre outros. No entanto, são softwares geralmente de custo elevado e envolvem um aprendizado específico de usabilidade que exige um certo tempo para o seu aprendizado. De qualquer maneira, tanto o Excel como outros softwares estatísticos específicos necessitam de um grande conhecimento estatístico por parte do usuário.

2 Principais testes não-paramétricos

Os testes não-paramétricos são classificados de acordo com o nível de mensuração e o número de grupos que se pretende relacionar. O quadro abaixo apresenta uma visão geral dos principais testes não-paramétricos segundo Siegel (1975).

Quadro 1 – Testes não-paramétricos

Provas Estatísticas Não-Paramétricas					
Nível de Mensuração	Uma amostra	Duas amostras		K amostras	
		Amostras relacionadas	Amostras intependentes	Amostras relacionadas	Amostras intependentes
Nominal	Prova Binomial Prova Qui-quadrado de uma amostra	Prova de Mc Nemar	Prova de Fisher Prova Qui-quadrado para 2 amostras independentes	Prova Q de Cochran	Prova Qui-quadrado para k amostras independentes
Ordinal	Prova de Kolmogorov-Smirnov para uma amostra Prova de iterações para uma amostra	Prova dos sinais Prova de Wilcoxon	Prova da Mediana Prova U de Mann-Whitney Prova de Kolmogorov-Smirnov para 2 amostras Prova de iterações de Wald-Wolfowitz Prova de Moses para reações extremas	Prova de Friedman	Prova de extensão da mediana Prova de Kruskal-Wallis
Intervalar		Prova de Walsh Prova de aleatoriedade para pares	Prova de aleatoriedade de 2 amostras independentes		

(Adaptado de Siegel, S.)

Em relação ao quadro apresentado acima o mini-curso enfoca a importância dos testes não-paramétricos mais utilizados em pesquisas tendo como objetivo as comparações entre grupos. Entre eles destacam-se:

- Teste de Wilcoxon
- Teste de Qui-quadrado
- Teste de Mann-Whitney
- Teste de Kruskal-Wallis

3 Conhecendo alguns testes não-paramétricos

A seguir será feita uma abordagem dos testes citados acima. Em cada teste serão apresentados: a *classificação*, os *procedimentos* e um *exemplo prático* com as principais estatísticas obtidas através de planilhas pré-elaboradas pelos autores.

3.1 Teste de Wilcoxon

O teste de Wilcoxon é aplicado quando estão em comparação dois grupos relacionados e a variável deve ser de mensuração ordinal.

Procedimentos para a realização do teste:

a. Para cada par, determinar a diferença (d), com sinal.

b. Atribuir postos a essas diferenças independentemente de sinal. Em caso de empates, atribuir a média dos postos empatados.

c. Para cada posto atribuir o sinal + ou o sinal – do d que ele representa.

d. Obter o valor T que representa a menor das somas de postos de mesmo sinal.

e. Determinar N que é o total das diferenças com sinal.

f. Se $N \leq 25$, obter p através da distribuição binomial.

$$p = P(X \leq k) = \sum_{x=0}^{k} \binom{N}{x} \cdot p^x \cdot q^{N-x}$$

g. Se $N > 25$, determinar a média e o desvio-padrão aproximado da soma dos *ranks* dos postos. Em seguida, obter o valor de z calculado e o valor de z tabelado. Observa-se portanto, a utilização da aproximação da distribuição binomial pela distribuição Normal.

$$\mu_T = \frac{N \cdot (N+1)}{4} \qquad \sigma_T = \sqrt{\frac{N \cdot (N+1) \cdot (2 \cdot N + 1)}{24}} \qquad z = \frac{T - \mu_T}{\sigma_T} \qquad z_{tab} = z_{\frac{\alpha}{2}}$$

h. Por último, comparar o valor real com o valor teórico de z. Se z calculado for menor que z tabelado não se pode rejeitar a hipótese nula.

Exemplo: A um grupo de alunos foram ministrados dois testes similares para verificar o aprendizado. O objetivo é verificar se os dois testes apresentados são equivalentes. Os resultados dos testes estão no quadro abaixo. Observa-se que cada aluno realizou os dois testes.

Número de pontos obtidos pelos alunos	**Teste A**	50	60	65	70	55	65	80
	Teste B	49	58	60	70	55	62	75

Para a resolução do teste contou-se com a ajuda de uma planilha do Excel. Podemos observar no quadro abaixo as diferenças dos escores de cada par, os postos das diferenças sem o sinal e os postos médios com sinal.

Teste		d	|d|	Posto de d	Postos médios
A	**B**				
50	51	-1	1	1	-1,5
60	55	5	5	4	5,5
65	60	5	5	4	5,5
70	65	5	5	4	5,5
55	56	-1	1	1	-1,5
65	62	3	3	3	3
80	75	5	5	4	5,5

Da mesma forma, obteve-se o valor T que representa a menor das somas de postos de mesmo sinal e o valor de N que é o total das diferenças com sinal.

N =	7
T =	3

Como a amostra apresenta $N \leq 25$, obteve-se o valor de p pela distribuição binomial.

x =	2	←Número de sinais de menor ocorrência
N =	7	←Número de casos que acusaram diferença
v < V =	28,57%	←Percentagem de sinais de menor ocorrência
p =	0,4530	←Probabilidade bilateral de ocorrência

Conclusão: Como o valor p calculado ficou acima de 5%, não se pode rejeitar a hipótese nula, ou seja, os dois testes podem ser considerados equivalentes.

3.2 Teste de Qui-quadrado

O teste de Qui-quadrado é aplicado quando estão em comparação dois ou mais grupos independentes não necessariamente do mesmo tamanho. A variável deve ser de mensuração nominal. O teste Qui-quadrado não tem equivalente nos paramétricos.

Procedimentos para a realização do teste:

a. Enquadrar as freqüências observadas em uma tabela de contingência k x r, utilizando as k colunas para os grupos e as r linhas para as condições. Para comparar dois grupos independentes têm-se k = 2 e para comparar k grupos têm-se k > 2.

b. Obter a freqüência esperada de cada célula fazendo o produto dos totais marginais referentes a cada uma e dividindo-o pelo número total de observações independentes (N).

c. Obter o valor de Qui-quadrado calculado:

Em tabelas de contingência 2 x 2:

- Se N < 20, deve-se utilizar a *Prova Exata de Fisher*;
- Se 20 ≤ N ≤ 40 e nenhuma freqüência esperada menor que 5, utilizar Qui_{cal} com correção de continuidade de *Yates*[1];
- Se N > 40, deve-se utilizar Qui_{cal} com correção de continuidade de *Yates*;

$$Qui_{Cal} = \frac{N \cdot \left(\left| A \cdot D - B \cdot C \right| - \frac{N}{2} \right)^2}{(A+B) \cdot (C+D) \cdot (A+C) \cdot (B+D)}$$

Em tabelas de contingência r x 2:

- Em tabelas r x 2 o teste Qui-quadrado pode ser aplicado somente se o número de células com freqüências esperadas inferior a 5 é inferior a 20% do total de células e se nenhuma célula tem freqüência esperada inferior a 1. Se essas condições não são satisfeitas pelos dados na forma em que foram coletados originalmente, o pesquisador deve combinar categorias adjacentes de modo a aumentar as freqüências esperadas nas diversas células, conforme em Siegel (1975), página 124.

$$Qui_{Cal} = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{k} \frac{\left(O_{ij} - E_{ij} \right)^2}{E_{ij}}$$

Em tabelas de contingência r x k:

- Em tabelas r x k, adotam-se os mesmos procedimentos como em uma tabela r x 2. Em todos os casos o número de graus de liberdade é: $gl = (r-1) \cdot (k-1)$.

d. Obter o valor de Qui-quadrado tabelado. Este valor pode ser obtido mediante a tabela da distribuição Qui-quadrado ou no Excel pela função: =INV.QUI(α;(k-1)*(r-1)).

e. Por último, comparar o valor real com o valor teórico do teste. Se Qui calculado for menor que Qui tabelado não se pode rejeitar a hipótese nula.

---

[1] A correção de continuidade de Yates é utilizada apenas em tabelas 2 x 2.

Exemplo: Uma droga nova foi testada em 30 pacientes, outros 30 receberam placebo. Em 20 dos que receberam a droga melhoraram e apenas 10 dos que receberam placebo melhoraram. Verificar se a droga influenciou significativamente na melhora dos pacientes.

O teste foi realizado através de uma planilha do Excel. Inicialmente as freqüências foram enquadradas em uma tabela de contingência. Posteriormente utilizou-se a fórmula do Qui-quadrado com correção de *Yates* para o cálculo do valor real do teste (Qui calculado). Como pode ser visto a seguir, segue parte da planilha com o cálculo das estatísticas do teste.

Freqüências Observadas

	A	B	Total
A	20	10	30
B	10	20	30
Total	30	30	60

$$Qui_{Cal} = \frac{N \cdot \left(\left| A \cdot D - B \cdot C \right| - \frac{N}{2} \right)^2}{(A+B) \cdot (C+D) \cdot (A+C) \cdot (B+D)}$$

1. Tabela de Contingência 2 x 2

α =	0,05		N =	60
k =	2	←Colunas		
r =	2	←Linhas		
g.l. =	1	←Degrees of freedom		

Fórmula com Correção de Yates

Qui_{cal} =	5,40	**Conclusão:**
Qui_{tab} =	3,84	Rejeita-se Ho
p =	0,02014	Há diferenças

Portanto, podemos observar que, como o valor real do teste ficou acima do valor teórico rejeita-se a hipótese nula. Ou seja, pode-se dizer que a nova droga teve uma melhora significativa na cura dos pacientes.

3.3 Teste de Mann-Whitney

O teste de Mann-Whitney é aplicado quando estão em comparação dois grupos independentes e a variável deve ser de mensuração ordinal.

Procedimentos para a realização do teste:

a. Determinar os valores de n_1 e n_2. Em que n_1 é o número de casos no grupo menor e n_2 é o número de casos no grupo maior.

b. Dispor em conjunto os escores dos dois grupos, atribuindo o posto 1 ao escore que for menor algebricamente. Os postos variarão de 1 a N onde N = $n_1 + n_2$. Às observações empatadas atribuir a média dos postos correspondentes.

c. Determinar o valor de U: $U = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1 \cdot (n_1 + 1)}{2} - R_1$ onde R_1 é a soma dos postos do menor grupo.

d. Obter a média e o desvio padrão dos postos para então obter o valor de z calculado.

$$\mu_U = \frac{n_1 \cdot n_2}{2} \qquad \sigma_U = \sqrt{\left(\frac{n_1 \cdot n_2}{N \cdot (N-1)}\right) \cdot \left(\frac{N^3 - N}{12} - \sum T\right)} \qquad z = \frac{U - \mu_U}{\sigma_U}$$

onde o somatório de T (fator de correção: ΣT) é obtido através de: $T = \frac{t^3 - t}{12}$

e. Por último, comparar o valor real com o valor teórico de z. Se z calculado for menor que z tabelado não se pode rejeitar a hipótese nula.

Exemplo: Com o objetivo de testar a eficiência de uma nova ração para engorda, dezoito ratos foram separados aleatoriamente em dois grupos. O primeiro grupo, formado por oito ratos, recebeu ração normal. O segundo grupo, de dez ratos, foi tratado com uma nova ração de engorda. Verifique através do teste de Mann-Whitney se houve um aumento de peso significativo a 5%.

	Grupos		Postos ordenados		Postos médios		Estatísticas		
Repetições	**A**	**B**	**A**	**B**	**A**	**B**	**A**	**B**	
1	120	122	4	5	4	5,5	8,38	10,40	Média
2	130	113	11	2	12	2,5	67	104	Soma
3	122	144	5	15	5,5	15	8	10	nj
4	140	150	14	16	14	16	min	1	
5	130	113	11	2	12	2,5	max	18	
6	125	123	8	7	8,5	7	**U =**	31	
7	128	162	10	18	10	18	**U' =**	49	
8	110	152	1	17	1	17	**N =**	18	
9		125		8		8,5			
10		130		11		12			

Ração	**Normal**	120	130	122	140	130	125	128	110		
	Nova	122	113	144	150	113	123	162	152	125	130

Para a resolução utilizou-se a planilha do Excel. Segue abaixo parte da planilha com alguns cálculos: Os postos ordenados, os postos médios, o valor U entre outros.

Em seguida, calcula-se a média, desvio padrão, z calculado e z tabelado.

α =	0,05	←Significance level
Fator de correção de empates		
ΣT =	3,5	
μ_U =	40	

σ_U =	11,2139036
z =	0,80
z_{tab} =	1,96

Conclusão: Como o valor de z calculado é menor que z tabelado, a 5%, não se pode rejeitar a hipótese nula. Ou seja, pelo teste de Mann-Whitney não se pode afirmar que houve aumento significativo na engorda dos ratos mediante a utilização da nova ração.

3.4 Teste de Kruskal-Wallis

O teste de Kruskal-Wallis é aplicado quando estão em comparação três ou mais grupos independentes e a variável deve ser de mensuração ordinal.

Procedimentos para a realização do teste:

a. Dispor, em postos, as observações de todos os grupos em uma única série, atribuindo de 1 a N.

b. Determinar o valor de R (soma dos postos) para cada um dos grupos de postos.

c. Determinar H_{cal} (valor real do teste) através de: $H_{Cal} = \dfrac{\dfrac{12}{N \cdot (N+1)} \cdot \sum_{j=1}^{k} \dfrac{R_j^2}{n_j} - 3 \cdot (N+1)}{1 - \dfrac{\sum T}{N^3 - N}}$

d. O valor teórico Qui_{tab} é obtido através de uma tabela da distribuição de Qui-quadrado ou pelo Excel com a função: =INV.QUI(α;(k – 1)).

e. Por último, comparar o valor real H com o valor teórico de Qui_{tab}. Se H calculado for menor que Qui_{tab} tabelado não se pode rejeitar a hipótese nula.

Exemplo: Três métodos de prevenção de cáries são testados em um grupo de 30 crianças. As crianças foram divididas em três grupos igualmente, de maneira aleatória. Em cada grupo foi aplicado um método de prevenção de cáries. No final do tratamento as crianças foram examinadas e observou-se o número de dentes com cáries que os métodos não conseguiram evitar. Verificar através do teste de Kruskal-Wallis se há diferenças significativas, a 5%, para os métodos.

Método	**A**	1	0	2	1	2	1	2	1	1	0
	B	1	1	0	1	2	1	1	0	1	1
	C	2	1	2	2	3	2	2	2	1	1

Para a realização do teste utilizou-se uma planilha do Excel. O quadro abaixo mostra os três grupos A, B e C bem como a matriz dos postos ordenados e a matriz dos postos médios.

T r a t a m e n t o s	Matriz dos postos ordenados	Matriz dos postos médios

Repetições	A	B	C	A	B	C	A	B	C
1	1	1	2	5	5	20	12	12	24,5
2	0	1	1	1	5	5	2,5	12	12
3	2	0	2	20	1	20	24,5	2,5	24,5
4	1	1	2	5	5	20	12	12	24,5
5	2	2	3	20	20	30	24,5	24,5	30
6	1	1	2	5	5	20	12	12	24,5
7	2	1	2	20	5	20	24,5	12	24,5
8	1	0	2	5	1	20	12	2,5	24,5
9	1	1	1	5	5	5	12	12	12
10	0	1	1	1	5	5	2,5	12	12

Em seguida, obtêm-se as estatísticas do teste. Os somatórios e as médias dos postos dos grupos. O valor real do teste H_{cal}. O valor teórico é obtido levando-se em consideração os graus de liberdade, o nível de significância e utiliza a distribuição do Qui-quadrado. Por último, a planilha utilizada para realizar o teste também calcula o valor p de significância através da função: =DIST.QUI(H_{cal};(k-1)).

média =	13,85	11,35	21,30			
soma =	**138,5**	**113,5**	**213**			
nj =	10	10	10			
	N =	30				
	α =	0,05	←Significance level			
	g.l. =	2	←Degrees of freedom		**H_{cal} =**	8,27
	k =	3			**Qui_{tab} =**	5,99
CE = Correção de Empates = 4410			FC = Fator de Correção =	0,83648498	**p =**	0,016037

Conclusão: Como a estatística H_{cal} ficou acima do Qui_{tab}, a 5%, rejeita-se a hipótese nula. Portanto, podemos afirmar que existem diferenças significativas entre os métodos de prevenção de cáries.

4 Considerações Finais

O trabalho realizado para este mini-curso foi de grande valia pois culminou num grande esforço por parte dos autores em apresentar alguns dos principais testes não-paramétricos para a comunidade de maneira mais simples e prática.

Do mesmo modo, as planilhas desenvolvidas no Excel, para o mini-curso, se mostraram bastante eficientes. Viabilizaram e facilitaram a aplicação dos testes não-paramétricos sem a necessidade de uso de softwares específicos de Estatística, que são caros e de difícil acesso.

Embora existam vários testes não-paramétricos, os abordados neste trabalho ocorrem com maior incidência em pesquisas. Normalmente são empregados testes que comparam dois grupos relacionados, dois grupos independentes ou testes que comparam mais de dois grupos independentes.

Para estes tipos de comparação apresentamos os testes: de Wilcoxon, Qui-quadrado, de Mann-Whitney e o teste de Kruskal-Wallis. São testes que apresentam um poder mais elevado e podem ser comparados com os paramétricos equivalentes: teste t e análise de variância. Exceto o teste Qui-quadrado que não tem equivalente nos paramétricos.

Outros testes não-paramétricos também foram desenvolvidos em planilhas pelos autores, tais como: teste binomial, teste de Mc Nemar, teste dos sinais, teste de Fisher, teste da mediana, teste de Cochran, teste de Friedman e teste de extensão da mediana. Alguns destes testes são de uso mais restrito em determinado tipo de pesquisa e são casos particulares de alguns dos testes de maior uso.

5 Referências Bibliográficas

BARBETTA, Pedro Alberto. **Estatística Aplicada às Ciências Sociais**. 5ª ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 2002.

CALLEGARI-JACQUES, Sidia M. **Bioestatística: Princípios e Aplicações**. Porto Alegre: Artmed, 2003.

KAZMIER, Leonard J. **Estatística Aplicada à Economia e Administração**. São Paulo: McGraw-Hill, 1982.

LEVIN, Jack. **Estatística Aplicada a Ciências Humanas**. 2ª ed. São Paulo: Harbra, 1987.

SIEGEL, Sidney. **Estatística Não-paramétrica Para as Ciências do Comportamento**. São Paulo: McGraw-Hill, 1975.

SPIEGEL, Murray R. **Estatística**. Rio de Janeiro : McGraw-Hill do Brasil, 1970.

STEVENSON, William J. **Estatística Aplicada à Administração**. São Paulo: HARBRA, 1986.